

DVOJHVĚZDY

Petr Harmanec & Pavel Mayer
Astronomický ústav Univerzity Karlovy

Verze 5 14. ledna 2008

Obsah

1	Obecně o dvojhvězdách	4
1.1	Proč studovat dvojhvězdy?	4
1.2	Pojem dvojhvězdy a rozsah fyzikálních vlastností	4
1.3	Klasifikace dvojhvězd	5
1.3.1	Klasifikace podle metody pozorování	5
1.3.2	Klasifikace podle dynamické stability	7
2	Určování kvantitativních vlastností dvojhvězd a vícenásobných soustav	8
2.1	Odhad velké poloosy oběžné dráhy dvojhvězdy	8
2.2	Určování okamžiků minim zákrytové proměnné: Kwee-van Woerdenova metoda a její zobecnění	9
2.3	O-C diagramy a změna oběžných period dvojhvězd	10
2.4	Určování elementů spektroskopických dvojhvězd	12
2.4.1	Případ, kdy pozorujeme obě spektra	12
2.4.2	Případ, kdy pozorujeme pouze jedno spektrum	14
2.4.3	Lucyho a Sweeneyho test, zda je malá výstřednost dráhy reálná	15
2.5	Určování elementů zákrytových dvojhvězd	16
2.5.1	Zákryty v kruhové dráze při sklonu 90°	17
2.5.2	Úplné zákryty při sklonu menším než 90°	17
2.5.3	Okrajové ztemnění	20
2.6	Periodické změny oběžné periody	21
2.6.1	Efekt rozdílné dráhy světla	22
2.6.2	Rotace přímky apsid	28
2.7	Neperiodické změny periody	31
2.8	Určování elementů vizuálních dvojhvězd	31
2.9	Vícenásobné soustavy	32
3	Metody určování radiálních rychlostí, profilů spektrálních čar jednotlivých složek a dráhových elementů pomocí digitalizovaných spekter	34
3.1	Klasická měření na fotografických spektrech	34
3.2	Analogový spektrometr	35
3.3	Základní úvahy o elektronických spektrech a něco matematiky	35
3.4	Porovnání profilů čar s Gaussovými funkcemi	38
3.5	Radiální rychlosti s použitím kroskorelační funkce	40
3.6	Určování radiálních rychlostí pomocí rozšiřovací funkce	41

3.7	Dopplerovská tomografie	42
3.8	Oddělení spekter individuálních složek (spectra disentangling)	42
3.9	Programy na řešení křivek radiálních rychlostí a světelných křivek	45
3.9.1	Woodův program WINK	46
3.9.2	Program WD Wilsona a Devinneyho	46
3.9.3	Program BINSYN A.P. Linnella and I. Hubeneho	46
3.9.4	Program FOTEL	47
3.9.5	Některé další programy	48
3.9.6	Na co je třeba při řešení dávat pozor	48
4	Vlastnosti a vývoj dvojhvězd	49
4.1	Statistiky dvojhvězd	49
4.2	Formy přenosu a ztráty hmoty ve dvojhvězdách	49
4.3	Dynamické jevy ve dvojhvězdách, cirkularizace a synchronizace	50
5	Dvojhvězdy s komplikacemi	53
5.1	Falešná výstřednost dráhy z křivek radiálních rychlostí	53
5.1.1	Barrův jev	53
5.1.2	Alternativní Barrův jev	55
5.1.3	Vliv slapové deformace tvaru hvězd	55
5.2	Nesprávně určená amplituda křivky radiálních rychlostí	57
5.2.1	Vliv průmětu plynového proudu	57
5.2.2	Chybná amplituda křivky radiálních rychlostí v důsledku fázově vázaných V/R změn dvojitých emisních čar z disku kolem jedné ze složek	59
5.2.3	Chybné amplitudy křivek radiálních rychlostí způsobené nízkou rozlišovací schopností nebo blendováním čar	59
5.2.4	Chybné amplitudy křivek radiálních rychlostí z absorpčních čar pocházejících z obálky kolem celé dvojhvězdy	61
5.3	Vliv plynového obalu kolem jedné ze složek na pozorované změny jasnosti soustavy	63
5.4	Jak si lze s některými problémy poradit	64
6	Různé konkrétní typy dvojhvězd	66
6.1	Dvojhvězdy typu Algol	66
6.2	Dvojhvězdy s hvězdou se závojem	67
6.2.1	Symbiotické dvojhvězdy	67
6.3	Dvojhvězdy s veleobry	68
6.3.1	Hvězdy typu ζ Aurigae a VV Cephei	68
6.4	Dvojhvězdy s Wolfovou-Rayetovou hvězdou	69
6.5	Hvězdy chemicky pekuliární	69
6.6	Hvězdy typu RS CVn	69
6.7	Dvojhvězdy typu W UMa	69
6.8	Kataklysmické proměnné (CV; novy, trpasličí novy a rentgenovské dvojhvězdy o malé hmotnosti)	70
6.8.1	Oběžné periody CV	71
6.8.2	Trpasličí novy (DN)	71
6.8.3	Magnetické kataklysmické proměnné (MCV)	71
6.8.4	Novám podobné proměnné (NL)	73
6.8.5	Předchůdci supernov typu Ia	73
6.9	Dvojhvězdy v posledním tažení	73
6.9.1	Vývoj dvojhvězdy se společnou obálkou	74

6.9.2	Rentgenové dvojhvězdy	75
6.9.3	Dvojhvězdné pulsary	75
6.10	Dvojhvězdy mezi hvězdami PMS (pre-main sequence)	76
6.11	Dvojhvězdy mezi cefeidami	77
6.12	Dvojhvězdy s podtrpaslíky	77
6.13	Dvojhvězdy v kulových hvězdokupách	77
6.14	Dvojhvězdy v jiných galaxiích	78
7	Vznik dvojhvězd	78
8	Poděkování	79

1 Obecně o dvojhvězdách

1.1 Proč studovat dvojhvězdy?

Dvojhvězdami se obvykle nazývají dvojice hvězd, které jsou k sobě v prostoru gravitačně vázány a obíhají kolem společného těžiště. Jejich studium má dlouhou tradici a v Mezinárodní astronomické unii existují dokonce dvě různé komise, které se jejich výzkumu věnují:

komise 26 *Dvojhvězdy a vícenásobné soustavy*

(http://ad.usno.navy.mil/wds/dsl/Comm26/circular_intro.html)

a

komise 42 *Těsné dvojhvězdy*

(<http://www.konkoly.hu/IAUC42>).

Komise 42 vydává po mnoho let také bibliografii dvojhvězd, kde jsou obvykle i informace o probíhajících pozorovacích programech. Novější výtisky jsou k dispozici elektronicky na adrese

<http://www.konkoly.hu/IAUC42/bcb.html> .

Jak si v tomto textu vysvětlíme podrobněji, studium dvojhvězd a zvláštností jejich vzájemné interakce a vývoje je zajímavé samo o sobě. Dvojhvězdy jsou ale užitečné pro astrofyziku obecně. V řadě případů totiž představují unikátní fyzikální laboratoře a s jejich pomocí lze dosud nejpřesněji určit základní fyzikální vlastnosti hvězd jako jsou hmotnosti, poloměry či zářivé výkony. Pomocí dvojhvězd lze zpřesňovat i základní škálu vzdáleností a kalibrovat jiné metody určování vzdáleností. Dnes se tato možnost stále více aplikuje již i na cizí galaxie.

Obě tyto základní role dvojhvězd byly podrobně diskutovány v příspěvcích, které zazněly na symposiu 240 Mezinárodní astronomické unie konaném roku 2006 v Praze (viz Hartkopf, Guinan a Harmanec 2007).

1.2 Pojem dvojhvězdy a rozsah fyzikálních vlastností

Jak již bylo řečeno, dvojhvězdou nazýváme dvojici hvězd, které jsou k sobě gravitačně vázány a obíhají kolem společného těžiště po eliptické nebo kruhové dráze. Hvězdám, které takovou dvojici tvoří, říkáme složky dvojhvězdy. Pojmem *primární složka* nebo jednoduše *primár* se obvykle označuje jasnější z obou hvězd. V teoretických úvahách se však označuje tímto pojmem hvězda hmotnější. Její partnerce se pak říká *sekundární složka* nebo *sekundár*.

Někdy jsou na obloze pozorovány v těsné blízkosti u sebe dvě hvězdy, pro něž však podrobnější studium ukáže, že jde o dvě tělesa ve zcela různých vzdálenostech od nás a nijak spolu nesouvisejících. Těm se říká *optické dvojhvězdy*. Z hlediska našeho výkladu jsou nezajímavé a za dvojhvězdy je nebudeme považovat.

Ačkoliv dosavadní znalosti musíme stále pokládat za značně neúplné, je zřejmé, že ve dvojhvězdách se vyskytuje velké procento hvězd. Vzácné nejsou ani trojhvězdy, čtyřhvězdy a vícenásobné systémy. Vzhledem k tomu, že kosmické sondy při průletu kolem velkých planet sluneční soustavy, Jupitera a

Saturna, zjistily, že jistá část záření těchto těles pochází z jejich gravitačního smršťování a není pouhým odraženým slunečním světlem, lze ostatně s trochou nadsázky označit za trojhvězdu i naši sluneční soustavu.

Pozorování dvojhvězd a určování jejich fyzikálních vlastností ukazuje, že se mohou vyskytovat velmi pestré a snad skoro všechny myslitelné kombinace. Za teoretickou dolní mez můžeme na základě našich současných znalostí považovat v této době kombinaci dvou podobných neutronových hvězd o hmotnostech $1,4 M_{\odot}$ a poloměrech 10 km, které obíhají po kruhové dráze tak, že se jejich povrchy prakticky dotýkají, tedy, že vzdálenost jejich středů $a = 20$ km. Jestliže vyjdeme ze 3. Keplerova zákona ve tvaru

$$a^3 = \frac{G}{4\pi^2} P^2 (M_1 + M_2) \quad (1)$$

a upravíme jej numericky tak, abychom mohli hmotnosti primáru M_1 a sekundáru M_2 udávat v hmotnostech našeho Slunce, oběžnou periodu P ve dnech a velkou poloosu dráhy a ve slunečních poloměrech, dostaneme užitečný pracovní vztah

$$\begin{aligned} a^3 &= 86400^2 \frac{M_{\odot}}{R_{\odot}^3} \frac{G}{4\pi^2} P^2 (M_1 + M_2) \\ &= \frac{86400^2 \cdot 1,988435 \times 10^{30} \cdot 6,674215 \times 10^{-11}}{4\pi^2 \cdot 695835000^3} P^2 (M_1 + M_2) \\ &= 74,48358 P^2 (M_1 + M_2), \end{aligned} \quad (2)$$

a můžeme si snadno spočítat, že oběžná perioda výše uvažované dvojhvězdy by činila pouhých 0,0009 sekundy. Prohlídkou katalogu kataklyzmických dvojhvězd a rentgenových dvojhvězd o malé hmotnosti – viz Ritter and Kolb (1998) – lze zjistit, že jednu z nejkratších oběžných period mezi dosud známými systémy má rentgenová dvojhvězda 4U1820-30, a to 11,4 minuty. Začátkem roku 2000 byla potvrzena ještě kratší oběžná perioda, 9,5 minuty, pro rentgenovou dvojhvězdu RX J1914.4+2456 – viz Ramsay a spol. (2000). Israel a kol. (2002) oznámili objev dvojice degenerovaných hvězd typu AM CVn s označením RX J0806.3+1527 s ještě kratší oběžnou periodou 5,35 minuty.

Maximální dosud zjištěná hmotnost složek se pohybuje někde kolem $60 M_{\odot}$, povrchové teploty od asi 1000 K do teplot řádu 100000 K a nejdelší oběžná perioda je asi 32000 let. V zásadě lze říci, že dvojhvězdy se mohou vyskytovat v kombinacích od těles, která se dotýkají až po vzdálenosti, souměřitelné se středními vzájemnými vzdálenostmi hvězd v dané části prostoru od sebe.

1.3 Klasifikace dvojhvězd

1.3.1 Klasifikace podle metody pozorování

Vzhledem k obrovským vzdálenostem mezi jednotlivými hvězdami v Galaxii vidíme v dalekohledu jen malé procento dvojhvězd jako dva oddělené světelné body. Jde obvykle o tělesa hodně vzájemně vzdálená, s oběžnými periodami nejméně několik let. Takovým dvojhvězdám se říká *visuální dvojhvězdy* a při jejich trpělivém pozorování můžeme časem přímo vidět v průmětu na oblohu jejich vzájemný oběžný pohyb. Pro visuální či fotografická pozorování je praktickou dolní hranicí, do které můžeme ještě dvojhvězdu pozorovat jako visuální, úhlová vzdálenost na obloze asi $0,1'' - 0,2''$. Nověji používaná metoda skvrnkové interferometrie (speckle interferometry) umožňuje s existujícími optickými dalekohledy o průměru zrcadel

4 m pozorovat jako vizuální dvojhvězdy i méně vzdálené dvojice až do hranice asi $0,03''$ a pro nové interferometry sestávající z celé sítě několika dalekohledů spojených optickými vlákny se tato mez v posledních letech trvale snižuje. Např. Davis a kol. (2005) zobrazili s pomocí interferometru SUSI (Sydney University Stellar Interferometer) oběžnou dráhu dvojhvězdy β Cen, která má oběžnou periodu 357 dní, pohybuje se ve velmi výstředné dráze a průmět velké poloosy její dráhy činí pouhých $0,02530''$. Pro vizuální dvojhvězdy se měřeními v různých časech obvykle určuje jejich okamžitá úhlová vzdálenost, poziční úhel jejich vzájemné polohy v průmětu na nebeskou sféru a někdy i jasnost jednotlivých složek. Elektronické katalogy s údaji o pozorováních vizuálních dvojhvězd metodou skvrnkové interferometrie i vizuálními metodami, které jsou průběžně doplňovány o nová měření, lze nalézt na adrese

<http://ad.usno.navy.mil/wds>

observatoře amerického námořnictva.

Pokud je sekundární složka vizuální dvojhvězdy mnohem méně jasná než složka primární, její světlo nepozorujeme a na přítomnost druhého tělesa můžeme usoudit pouze z rozboru periodických poruch jejího prostorového pohybu za delší období, hovoříme o *dvojhvězdě astrometrické*.

Většina dvojhvězd však zůstává i v nejsilnějších dalekohledech nerozlišena a jeví se jako jediný světelný bod. Jejich dvojhvězdnou povahu pak nejčastěji zjistíme ze spektroskopických pozorování, neboť v důsledku oběžného pohybu dochází k periodickým změnám radiální rychlosti čar. Takovým dvojhvězdám se říká *spektroskopické dvojhvězdy*. V ideálním případě jsou ve spektru pozorovatelné spektrální čáry obou složek, které se pravidelně od sebe vzdalují a zase se k sobě přibližují. V grafu radiální rychlosti v závislosti na čase definují dvě protínající se sinusovky, které se mění v protifázi, jde-li o dvojhvězdu v kruhové dráze, nebo o dvě asymetrické, ale jednoduše periodické křivky, jde-li o eliptický pohyb. Hodnota radiální rychlosti odpovídající průsečíku obou křivek pak definuje radiální rychlost pohybu celé soustavy vůči nám. Pokud jsou složky dvojhvězdy hodně odlišné jasností či povrchovou teplotou, vidíme ve spektru obvykle pouze čáry jasnější z obou hvězd. Někdy se čáry druhé slabší složky podaří nalézt v jiném spektrálním oboru, např. v červeném či infračerveném, jde-li o chladný sekundár, nebo naopak v UV oboru, jde-li o malou horkou sekundární složku. Pro fotografická spektra se obvykle udává, že čáry sekundární složky lze pozorovat, pokud je rozdíl jasností mezi oběma hvězdami menší než 1-2 hvězdné velikosti. Pro elektronická spektra a moderní metody rozkladu spekter: kroskorelace (viz např. Hill 1993) či oddělení spekter (anglicky disentangling; viz Simon a Sturm 1994, Hadrava 1995, 1997) se tato mez výrazně posunula. Např. Holmgren a spol. (1999) měřili spolehlivě čáry sekundární složky AR Cas, která je o plné 4 magnitudy méně jasná než složka primární. Fekel a Tomkin (1993) oznámili pravděpodobnou detekci sekundární složky dvojhvězdy γ Geminorum, která je slabší o plných 6 magnitud než primár, ale jejich měření je poněkud nejisté a mělo by být potvrzeno.

Existuje celá řada katalogů spektroskopických dvojhvězd. Systematicky tyto katalogy vydával Alan H. Batten z Kanady a v současnosti je interaktivně vytvářen devátý katalog spektroskopických dvojhvězd, ve kterém jsou shromážděna i individuální pozorování radiálních rychlostí. Tento katalog rediguje D. Pourbaix z Belgie a lze jej získat na webové adrese

<http://sb9.astro.ulb.ac.be> .

Pokud je oběžná rovina dvojhvězdy v prostoru orientována tak, že v ní naše sluneční soustava zhruba leží, budeme pozorovat vzájemné zákryty obou složek dvojhvězdy a hovoříme o *dvojhvězdě zákrytové*. Zákryty

se projeví především při fotometrických pozorováních, a to pravidelně se opakujícími poklesy jasnosti. Historicky byly rozlišovány tři typy světelných křivek:

- *Světelná křivka typu Algol* se označuje podle první objevené zákrytové dvojhvězdy Algol (β Persei). Vyznačuje se zcela konstantním světlem mimo zákryty a během totálních částí zákrytu.
- *Světelná křivka typu β Lyrae* je shodou okolností nazvána podle druhé objevené zákrytové dvojhvězdy a je pro ni příznačné, že jasnost soustavy se plynule mění ve všech orbitálních fázích, i mimo vlastní zákryty, přičemž hloubka minim je výrazně odlišná.
- *Světelná křivka typu W UMa* je charakterizována dvěma podobnými minimy, krátkou oběžnou periodou a rovněž plynulými změnami ve všech fázích orbitální periody.

Efekty zákrytů ve spektrech jsou složitější. Budou-li se např. složky dvojhvězdy lišit svou povrchovou teplotou, může se stát, že během zákrytu zesílí čáry jedné nebo druhé složky a vzhled spektra se výrazně změní. Pokud některá z hvězd rychle rotuje, lze ve fázích na začátku a na konci zákrytu pozorovat tzv. rotační efekt. Při začátku zákrytu je totiž postupně zakrýván disk jedné ze složek, takže nakonec vidíme světlo jen z jednoho okraje. Pokud je směr rotace shodný se směrem oběhu složek (a tak tomu zpravidla bývá), projeví se část nezakrytého disku rotující hvězdy na začátku zákrytu vzrůstem radiální rychlosti nad normální křivku radiální rychlosti. Na konci zákrytu vidíme naopak přibližující se část disku a pozorujeme anomální pokles radiální rychlosti.

V některých případech se stává, že pozorujeme nepřilíš velké plynulé světelné změny definující dvojitou vlnu s oběžnou periodou dvojhvězdy, tedy něco jako světelnou křivku typu β Lyrae, ale s malou amplitudou (pod $0^m 1$). Ukazuje se, že to je případ hvězd, které jsou slapově deformovány a nemají sférický tvar, takže se během jejich vzájemného oběhu mění plocha jejich disků promítnutá na nebeskou sféru a tudíž i jejich jasnost. Takovým dvojhvězdám se říká *elipsoidální proměnné*. Nedochází u nich ke geometrickým zákrytům a sklon jejich dráhy je zpravidla někde mezi asi 30° a 70° .

1.3.2 Klasifikace podle dynamické stability

Již Kuiper (1941) poukázal na to, že k úvahám o dynamické stabilitě konkrétní dvojhvězdy se velmi dobře hodí Rocheův model. Bez toho, abychom v této chvíli zacházeli do podrobností, si zde pouze řekněme, že Rocheův model představuje nahrazení skutečného potenciálu dvojhvězdy, obíhající kolem společného těžiště, potenciálem dvou hmotných bodů umístěných v centrech složek dvojhvězdy a potenciálem odstředivé síly oběžného pobybu. Tato aproximace je vzhledem k vysoké koncentraci hmoty hvězd směrem k centru zcela přípustná. Ukazuje se, že tvar ekvipotenciálních ploch Rocheova modelu závisí pouze na poměru hmotností obou hmotných bodů. Příslušné ekvipotenciální plochy jsou nejprve uzavřené kolem obou hvězd, ale pro určitou kritickou hodnotu potenciálu se slévají v jakési brýle s úhlem velmi přibližně 57° vůči spojnici obou center. Další ekvipotenciální plochy již obklopují obě hvězdy, poté se postupně otvírají nejprve za méně hmotnou a poté za hmotnější složkou, a ve velké vzdálenosti se limitně blíží sférickým plochám kolem celé dvojhvězdy. Ona kritická „brýlovitá“ ekvipotenciála se nazývá Rocheova mez. V oběžné rovině existuje celkem 5 bodů, nazývaných Lagrangeovy body, ve kterých je výsledná síla působící na testovací tělísko nulová. Jeden z nich, L_1 , leží na spojnici mezi oběma hmotnými body, další dva leží také na spojnici

obou hmotných bodů, ale vně méně hmotné (L_2) a vně hmotnější (L_3) složky.¹ Je jasné, že vzroste-li rozměr hvězdy tak, že hvězda zaplní Rocheovu mez, stane se dynamicky nestabilní a plyn z její atmosféry může volně přetékat směrem ke druhé složce. Klasifikace dvojhvězd podle polohy vůči Rocheově mezi, jejíž základy položili kromě Kuipera také Parenago a Wood, byla podrobně propracována Kopalem. Dvojhvězdy se podle ní dělí na

- *oddělené systémy*, jejichž obě složky jsou spolehlivě uvnitř kritické Rocheovy meze, dále na
- *polodotykové systémy*, u kterých je jedna složka uvnitř Rocheovy meze a druhá ji právě vyplňuje, a na
- *kontaktní systémy*, pro něž obě složky vyplňují či spíše přesahují Rocheovu mez a mají společnou atmosféru.

Tato klasifikace se ukázala jako fyzikálně velmi užitečná a je dodnes hojně používána. O její další rozvoj se přičinili Wilson a Twigg (1980), kteří zavedli pojem dvojhvězd s dvojitým kontaktem (double-contact systems). Jedná se o to, že pokud jedna ze složek dvojhvězdy rychle rotuje, leží mez její dynamické stability někdy i velmi hluboko pod Rocheovou mezí. Může se proto stát, že rychle rotující hvězda ve dvojhvězdě je dynamicky nestabilní i přesto, že její poloměr je mnohem menší, než odpovídající Rocheova mez. Vlastnosti ekvipotenciálních ploch pro případ rotace, která není synchronizována s oběhem složek dvojhvězdy, poprvé vyšetřoval Plavec (1958) a také Limber (1963). Ukazuje se, že i v těchto případech má kritická ekvipotenciála „brýlovitý“ tvar a k výtoku hmoty nedochází z celé oblasti rovničky, ale jen v okolí bodu při vrácení ke druhé složce.

2 Určování kvantitativních vlastností dvojhvězd a vícenásobných soustav

2.1 Odhad velké poloosy oběžné dráhy dvojhvězdy

Povšimněme si nejprve, že již znalost oběžné periody a představa o hmotnosti primární složky nám pro libovolnou dvojhvězdu dovoluje učinit si docela dobrou představu o rozměrech celé soustavy. Třetí Keplerův zákon (2) můžeme totiž přepsat do logaritmického tvaru

$$\log \left(\frac{a}{R_{\odot}} \right) = 0,624 + \frac{2}{3} \log P(d) + \frac{1}{3} \log \left(\frac{M_1 + M_2}{M_{\odot}} \right). \quad (3)$$

Protože předpokládáme $M_2 \leq M_1$, platí, že

$$M_1 \leq (M_1 + M_2) \leq 2M_1, \quad (4)$$

takže dostáváme odhad vzdálenosti složek ve tvaru

$$0,624 + \frac{2}{3} \log P + \frac{1}{3} \log M_1 \leq \log a \leq 0,624 + \frac{2}{3} \log P + \frac{1}{3} \log M_1 + \frac{1}{3} \log 2. \quad (5)$$

Jestliže tedy např. podle vzhledu spektra či podle barvy primární složky můžeme zhruba odhadnout hmotnost primáru, vidíme, že nerovnost (5) dává velmi slušný odhad vzdálenosti složek, neboť horní a dolní mez se liší pouze o $\frac{1}{3} \log 2 \doteq 0,10$ v logaritmu vzdálenosti.

¹Stručnou matematickou formulaci Rocheova modelu lze nalézt např. v učebním textu P. Harmance AST014.ps a detailně Rocheův model diskutuje např. Kratochvíl (1964). Podrobné tabulky rozměrů kritických ekvipotenciálních ploch Rocheova modelu v závislosti na hmotovém poměru publikovali Plavec a Kratochvíl (1964).

2.2 Určování okamžiků minim zákrytové proměnné: Kwee-van Woerdenova metoda a její zobecnění

I v současnosti velmi často užívanou metodou přesného určování okamžiků minim z pozorování konkrétního zákrytu nějaké zákrytové proměnné je metoda, kterou publikovali holandsí astronomové Kwee a van Woerden (1956). Její podstata je následující: Předpokládejme, že, jsme získali N pozorování během sestupné i vzestupné fáze minima, tedy N uspořádaných dvojic (t_j, m_j) ($j = 1, 2, \dots, N$) měření hvězdných velikostí m_j v časech t_j . Lineární interpolací z nich vytvoříme $(2n + 1)$ nových uspořádaných dvojic s ekvidistantním časovým krokem Δt , a to tak, aby $(2n + 1)$ bylo přibližně rovno počtu původních měření N a aby jeden z ekvidistantních bodů, řekněme k -tý, odpovídal předběžnému odhadu času minima T (který můžeme vzít např. jako bod s nejnižší měřenou jasností nebo odhadnout z grafického zobrazení minima). Poté pro všechny ekvidistantní body minima symetricky vůči zvolenému odhadu středu minima počítáme rozdíly magnitud odpovídajících bodů

$$\Delta m_j = m_{(k+j)} - m_{(k-j)}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

a sumu jejich čtverců

$$S(T) = \sum_{j=1}^n (\Delta m_j)^2. \quad (7)$$

Poté zvolíme ještě dva další odhady středu minima v časech $T - \Delta t$ a $T + \Delta t$, kde Δt je nějaký rozumně zvolený časový interval, např. časový rozdíl mezi dvěma ekvidistantně interpolovanými body nebo jeho celočíselný násobek, a spočteme odpovídající sumy čtverců $S(T - \Delta t)$ a $S(T + \Delta t)$ pro tyto nové středy symetrie.

Pokud byl původní odhad okamžiku minima dobrý, mělo by platit

$$S(T) < S(T - \Delta t) \quad \text{a} \quad S(T) < S(T + \Delta t). \quad (8)$$

Pokud tomu tak není, zvolíme za odhad okamžiku minima čas odpovídající nejmenší sumě čtverců a celý postup opakujeme.

Jakmile získáme tři sumy čtverců, z nichž časově střední je nejmenší, aproximujeme skutečný průběh funkce $S(T)$ polynomem druhého stupně

$$S(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c, \quad (9)$$

jehož koeficienty a , b a c spočteme ze třech hodnot sumy čtverců, které jsme získali.

Za hledaný okamžik minima T_0 přijmeme poté minimum této funkce dané řešením kvadratické rovnice:

$$T_0 = -\frac{b}{2a} \quad (10)$$

Kwee a van Woerden udávají také odhad střední chyby σ takto určeného minima:

$$\sigma^2 = \frac{4ac - b^2}{4a^2(Z - 1)}, \quad (11)$$

kde Z označuje maximální počet nezávislých párů magnitud, které byly použity. Podle jejich analýzy je správné zvolit $Z = 0,25N$ v případě lineárně interpolovaných bodů a $Z = 0,5N$ pokud již měření sama byla získávána v ekvidistantních časových intervalech.

Harmanec (nepublikováno) zjistil, že přesnost odhadu minima se výrazně zvýší, pokud sumy čtverců spočteme ne pouze ve třech, ale více, třeba i 50 okamžicích považovaných za odhady středu minima a koeficienty a , b a c v rovnici (9) spočteme metodou nejmenších čtverců. Tento postup je aplikován v programu HEC 34, který lze od autora na požádání získat.

Jiří Horn a Petr Harmanec rovněž prakticky ověřili, že metodu lze úspěšně aplikovat i na jiné problémy, např. k určování středu spektrálních čar.

2.3 O-C diagramy a změna oběžných period dvojhvězd

Samostatným a zpravidla prvním úkolem při studiu konkrétní dvojhvězdy bývá z pozorovaných změn její jasnosti nebo radiální rychlosti určit dostatečně přesnou a spolehlivou hodnotu její oběžné periody P . K samotnému nalezení periody můžeme v zásadě použít některou z metod, které jsme si vyložili v základním kurzu AST007. Je to přímočaré, pokud máme měření jasnosti zákrytové nebo elipsoidální proměnné. Pokud ale ve spektru pozorujeme čáry dvou složek dvojhvězdy podobných spektrálních typů, nemusí být celá věc jednoduchá, neboť na počátku nevíme, která čára které složce náleží.

Pokud se již zdařilo nějaký odhad periody nalézt, můžeme zjištěnou periodu zpřesňovat pomocí dalších pozorování, případně s využitím starších, dříve publikovaných pozorování. Je zřejmé, že periodu určíme tím přesněji, čím delší pozorovací řada bude při dané přesnosti pozorování k dispozici. Uvažme například jednoduchý případ pozorování křivky radiálních rychlostí dvojhvězdy s konstantní oběžnou periodou 2,5 dne. Pokud máme pozorování radiálních rychlostí např. z období 50 dní, pak mezi prvním a posledním pozorováním vykonala dvojhvězda právě $50/2,5=20$ oběhů. Fázový posuv o 0.03 ve fázi mezi prvním a posledním bodem bude tedy představovat změnu periody o $2,5-(50/20.03)=0,00374$ dne. Budou-li pozorování pokrývat třeba 500 dní, tedy 200 oběhů, bude stejný fázový rozdíl na konci intervalu pokrytého daty představovat již jen $2,5-(500/200.03)=0,000375$ dne.

Klasickou metodou, jak zpřesňovat hodnotu oběžné periody (ostatně i periody fyzikálních proměnných hvězd) a jak se přesvědčit, že perioda je dlouhodobě stálá nebo se nějakým způsobem mění, je konstruovat tzv. $O-C$ (z anglického ‘observed – computed’; pozorovaný – vypočtený) diagram okamžiků minim či maxim, maxim radiální rychlosti a podobně. Pro stručnost budu dále mluvit o okamžicích minim, ale vše stejným způsobem platí i pro jiné definované body světelné křivky či křivky radiální rychlosti. Okamžiky minim se určují lokálně, pokud je to možné, přímo z pozorování jednoho konkrétního minima, jak o tom bude řeč níže, nebo alespoň ze složení dat z jednoho kratšího období do fázového diagramu s nejlepší známou hodnotou periody P .

Konstrukce $O-C$ diagramu je ovšem možná pouze tehdy, známe-li hodnotu periody s dostatečnou přesností a máme-li k dispozici dostatečně hustou řadu okamžiků minim. Jinak totiž narazíme na problém ročních aliasů a námi konstruovaný $O-C$ diagram může být chybný a zavádějící. Příklady takových omylů lze nalézt i v publikovaných pracích.

Pokud o dlouhodobém chování periody námi studované proměnné nemáme žádné dřívější informace,

začínáme obvykle s lineární efemeridou

$$T_{\min} = T_0 + P \cdot E, \quad (12)$$

kde T_0 je zvolený referenční okamžik minima. Pro každý z pozorování určený okamžik minima O odhadneme odpovídající číslo cyklu neboli epochu E podle vztahu

$$E = \text{int} \left(\frac{O - T_0}{P} \right) \quad (13)$$

a očekávaný okamžik minima poté spočteme ze vztahu

$$C = T_0 + P \cdot E. \quad (14)$$

Pro všechny okamžiky minim, které takto získáme, poté nakreslíme to, čemu se říká $O-C$ diagram, totiž průběh funkční závislosti $O-C = f(E)$ a ten vyhodnotíme.

Pokud je hodnota periody, kterou jsme při konstrukci $O-C$ diagramu použili, stálá a v mezích chyb pozorování i dostatečně přesná, budou body v $O-C$ diagramu ležet v okolí přímky rovnoběžné s osou X a rozptyl bodů bude odpovídat chybám určení jednotlivých okamžiků minim.

Je-li perioda stálá, ale je-li její hodnota poněkud delší než ta, kterou jsme při konstrukci diagramu použili, budou se pozorované body v $O-C$ diagramu kupit opět kolem přímky, která ale bude s rostoucím E stoupat, tj. bude mít kladnou směrnici. Analogicky je-li skutečná perioda kratší než ta, kterou jsme použili, budou se body v $O-C$ diagramu kupit kolem přímky se zápornou směrnici.

V obou těchto případech lze $O-C$ diagram využít ke zpřesnění hodnoty periody. Předpokládejme pro jednoduchost, že určení okamžiků minim není zatíženo žádnými chybami a předpokládejme dále, že zatímco jsme $O-C$ diagram konstruovali pro periodu P , správná hodnota periody je $P + \Delta P$. Pro danou epochu E bude pak

$$O - C = (T_0 + (P + \Delta P) \cdot E) - (T_0 + P \cdot E) = \Delta P \cdot E. \quad (15)$$

Jinými slovy: směrnice přímky v $O-C$ diagramu, kterou můžeme určit třeba metodou nejmenších čtverců, je algebraicky rovna hodnotě opravy ΔP námi použité periody P .

Jiný $O-C$ diagram dostaneme, pokud se perioda studovaného objektu s časem mění. Typickým případem je parabolický průběh odchylek, přičemž osa paraboly je rovnoběžná s osou Y . Pokud má parabola minimum pro $E = 0$, jedná se o prodlužování periody, dosahuje-li pro $E = 0$ maxima, perioda se zkracuje.

Velmi často se lze v podobných případech dočíst, že parabolický průběh $O-C$ diagramu znamená lineární změnu periody. To je pravda jen přibližně. Pro okamžiky minim totiž platí vztah

$$T = T_0 + P_0 \cdot E + a \cdot E^2, \quad (16)$$

kde P_0 je perioda v čase referenčního minima T_0 , tj. pro $E = 0$. Pokud budeme epochu E chápat jako reálné číslo charakterizující cykl a fázi, pak T bude čas odpovídající příslušné fázi v daném cyklu. Okamžitá perioda pak zřejmě bude

$$P = \frac{dT}{dE} = P_0 + 2aE \quad (17)$$

a změna periody v daném čase \dot{P} bude

$$\dot{P} = 2a \frac{dE}{dT} = \frac{2a}{P}. \quad (18)$$

Vidíme tedy, že pro kvadratickou efemeridu se perioda mění lineárně s epochou E , ale nikoliv s časem. Pro kladná a rychlost změny periody s časem klesá.

To je ovšem situace, se kterou se podle současných představ setkáváme u dvojhvězd ve stádiu výměny hmoty poté, co se již role složek vyměnila. Kvadratická efemerida je proto velmi dobrým popisem reálné situace v podobných případech.

V astronomické literatuře můžeme najít příklady popisu změn periody ve formě polynomické závislosti na epoše do třetího i vyššího stupně polynomu, viz např. práci Wooda a Forbese (1963). Význam podobných efemerid je ale poněkud sporný, neboť představují pouze matematicky popis konečné řady pozorování a zkušenost ukazuje, že jejich predikční hodnota je zpravidla velmi malá.

Jinou možností je, že $O-C$ diagram ukazuje periodické změny. Z toho lze usoudit na přítomnost třetího tělesa v soustavě nebo na postupné stáčení výstředné oběžné dráhy v prostoru, jak o tom bude ještě řeč později.

Posledním typem $O-C$ diagramu je nespojitý průběh odchylek s výrazným skokem. V principu jistě nelze vyloučit situace, kdy se např. po období stability perioda v důsledku nějakého eruptivního procesu (třeba krátkodobé ztráty hmoty ze soustavy či chvilkové výměny hmoty mezi složkami) prakticky skokově změní. Než však podobný závěr učiníme, je dobré se i v těchto případech přesvědčit, zda nedošlo k chybě v počítání jednotlivých daty pokrytých cyklů.

2.4 Určování elementů spektroskopických dvojhvězd

2.4.1 Příklad, kdy pozorujeme obě spektra

Pokud ve spektru pozorujeme spektra obou složek (v novější literatuře se lze pro takové dvojhvězdy občas setkat se zkratkou SB2: a spectroscopic binary with two components visible), získáme dvě křivky radiálních rychlostí a jejich poloviční amplitudy K_1 a K_2 . Z toho hned můžeme určit poměr hmotností obou těles, neboť platí, že

$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{K_1}{K_2}. \quad (19)$$

Určení dalších veličin není už tak jednoduché. Poloviční pozorovaná amplituda křivky radiálních rychlostí je totiž součinem skutečné oběžné rychlosti příslušné složky dvojhvězdy se sinem sklonu oběžné dráhy i .

Pro obecný případ eliptické dráhy s výstředností (excentricitou) e se obvykle předpokládá, že složky dvojhvězdy obíhají kolem společného těžiště po drahách odpovídajících řešení problému dvou těles, tedy s průvodičem

$$r_{1,2} = \frac{a_{1,2}(1 - e^2)}{1 + e \cos v(t)}, \quad (20)$$

z čehož lze pro radiální rychlost j -té složky dvojhvězdy RV_j , $j = 1, 2$ jako funkci času t odvodit vztah

$$RV_j = \gamma + (3 - 2j)K_j(\cos(\omega_j + v(t)) + e \cos \omega_j), \quad (21)$$

kde γ je radiální rychlost celé soustavy vůči nám a ω_j je délka periastra j -té složky měřená od výstupného uzlu dráhy.² Platí přirozeně, že $\omega_2 = \omega_1 + 180^\circ$. Pro pravou anomálii $v(t)$ jako funkci excentrické anomálie $E(t)$ platí

$$\operatorname{tg} \frac{v(t)}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \operatorname{tg} \frac{E(t)}{2}. \quad (22)$$

Excentrickou anomálii vypočteme z času pozorování pomocí Keplerovy rovnice

$$E(t) = \frac{2\pi}{P}(t - T_0) + e \sin E(t), \quad (23)$$

kde T_0 je čas průchodu hvězd periastrum a P siderická oběžná perioda dvojhvězdy. Poznamenejme, že Keplerovu rovnici lze docela snadno řešit iteračně. Zvolíme počáteční hodnotu $E(t) = 0$ a z rovnice (23) vypočteme nový odhad $E(t)$ a tak pokračujeme až do dosažení požadované přesnosti.

Pro úplnost ještě dodejme, že rovnoměrný úhlový pohyb bývá často označován výrazem *střední anomálie* $M(t)$. Platí tedy

$$M(t) = \frac{2\pi}{P}(t - T_0), \quad (24)$$

a Keplerovu rovnici (23) lze formálně přepsat do tvaru

$$E(t) = M(t) + e \sin E(t), \quad (25)$$

Všechny parametry rovnic (21) – konkrétně K_j , e , P , T_0 , ω_1 a γ – se z pozorovaných měření radiálních rychlostí určí metodou nejmenších čtverců. Z nich pak už můžeme spočítat dolní odhad vzdáleností složek od těžiště soustavy a_j z 2. Keplerova zákona

$$a_j \sin i = \frac{P}{2\pi} K_j (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (26)$$

Pokud budeme opět i vzdálenosti od těžiště udávat v poloměrech Slunce, amplitudy křivek radiální rychlosti v km s^{-1} a periodu ve dnech, lze rovnice (26) přepsat do tvaru

$$a_j \sin i = \frac{86400 \cdot 1000}{2\pi \cdot 695835000} K_j P (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} = 0,01976185 K_j P (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (27)$$

Sečtením obou rovnic (26) dostáváme také

$$a \sin i = (a_1 + a_2) \sin i = \frac{P}{2\pi} (K_1 + K_2) (1 - e^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

²Prakticky ve veškeré světové literatuře týkající se elementů *dvojhvězd* se délkou periastra nazývá úhel mezi výstupným uzlem dráhy při průřezu oběžné dráhy na nebeskou sféru a polohou periastra dráhy; v učebnicích nebeské mechaniky se ovšem tomuto úhlu říká argument periastra, zatímco délkou periastra $\tilde{\omega}$ se rozumí složený úhel měřený jednak v referenční rovině (Ω) a poté v oběžné rovině (ω), tedy $\tilde{\omega} = \Omega + \omega$. Proto pozor na možnou záměnu při konkrétním použití!

Z definice těžiště a s použitím 3. Keplerova zákona (2) můžeme dále psát

$$\begin{aligned} M_j &= \frac{a_{3-j}}{a} (M_1 + M_2) = \frac{PK_{3-j}(1-e^2)^{\frac{1}{2}} 4\pi^2 a^3}{2\pi a \sin i GP^2} = \\ &= \frac{2\pi a^2 K_{3-j}(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{GP \sin i} = \frac{2\pi K_{3-j}(1-e^2)^{\frac{1}{2}} P^2 (1-e^2)(K_1 + K_2)^2}{4\pi^2 \sin^2 i}, \end{aligned} \quad (29)$$

takže pro hmotnosti obou složek dostáváme vztahy

$$M_j \sin^3 i = \frac{1}{2\pi G} K_{3-j} (K_1 + K_2)^2 P (1-e^2)^{\frac{3}{2}}. \quad (30)$$

Pro hmotnosti vyjádřené v hmotnostech Slunce, periodu ve dnech a poloviční amplitudy křivek radiálních rychlostí v km s^{-1} dostaneme numerickou konstantu v rovnicích (30) ve tvaru

$$\frac{86400 \cdot 1000^3}{2\pi \cdot 6,674215 \times 10^{-11} \cdot 1,988435 \times 10^{30}} = 1,036149 \times 10^{-7} \quad (31)$$

a tedy

$$M_j \sin^3 i = 1,036149 \times 10^{-7} K_{3-j} (K_1 + K_2)^2 P (1-e^2)^{\frac{3}{2}}, \quad (32)$$

2.4.2 Příklad, kdy pozorujeme pouze jedno spektrum

Pokud pozorujeme křivku radiálních rychlostí pouze jasnější složky dvojhvězdy, např. složky 1, můžeme z parametrů popisujících křivku získat pouze $a_1 \sin i$ a veličinu, které se říká funkce hmoty $f(M)$, a která je definována vztahem

$$f_j(M) = \frac{4\pi^2 a_j^3 \sin^3 i}{G P^2} = \frac{M_{3-j}^3 \sin^3 i}{(M_1 + M_2)^2} = \frac{q^3}{(1+q)^2} M_j \sin^3 i, \quad (33)$$

kde $q = M_{3-j}/M_j$ označuje poměr hmot.

Všimněme si, že pro $q \leq 1$ nám funkce hmoty dává horní odhad největší možné hmotnosti soustavy. Platí totiž zřejmě (pro $q = 1$ a tedy $M_1 = M_2$ a pro $i = 90^\circ$), že

$$f(M) \leq \frac{1}{4} M_1 = \frac{1}{8} (M_1 + M_2). \quad (34)$$

Z veličin, které určíme přímo z křivky radiálních rychlostí primáru, se funkce hmoty vypočte pomocí vztahu

$$f_j(M) = \frac{1}{2\pi G} K_j^3 P (1-e^2)^{\frac{3}{2}}. \quad (35)$$

Pro jednotky použité výše, bude opět numericky

$$f_j(M) = 1,036149 \times 10^{-7} K_j^3 P (1-e^2)^{\frac{3}{2}}. \quad (36)$$

Platí tedy opět, že můžeme-li odhadnout hmotnost primáru ze spektra, lze pomocí funkce hmoty určit hmotový poměr a tedy i hmotnost sekundární složky.

2.4.3 Lucyho a Sweeneyho test, zda je malá výstřednost dráhy reálná

Lucy a Sweeney (1971) upozornili na to, že v katalogu spektroskopických dvojhvězd se vyskytuje mnoho dvojhvězd s výstřednými drahami o velmi malé výstřednosti pod 0,1. To je vedlo k podezření, že mnohé tyto dvojhvězdy mají ve skutečnosti kruhové dráhy, a že zjištěná výstřednost dráhy je jen důsledkem pozorovacích chyb v kombinaci s omezeným počtem pozorování. Provedli proto podrobnou statistickou analýzu, aby zjistili, jaká je pravděpodobnost toho, že metodou nejmenších čtverců bude pro kruhovou dráhu nalezena nenulová výstřednost. Předpokládali, že pozorování ve všech oběžných fázích mají stejnou váhu a odvodili pravděpodobnost toho, že řešením pozorovaného kruhového oběžného pohybu bude zjištěna zdánlivá výstřednost dráhy s hodnotou \hat{e} . Z pravděpodobnostního rozložení zjistili, že očekávaná hodnota zdánlivé výstřednosti \hat{e}_o je dána vztahem

$$\hat{e}_o = \frac{\sigma}{K} \sqrt{\frac{\pi}{N}}, \quad (37)$$

kde σ označuje střední kvadratickou chybu jednoho pozorování radiální rychlosti o jednotkové váze, N je počet měření, K poloviční amplituda křivky radiálních rychlostí a π Ludolfovo číslo. Budeme-li např. předpokládat vcelku typickou situaci, že bylo pořizeno 30 měření radiální rychlosti, $K = 40 \text{ km s}^{-1}$ a chyba jednoho měření činí 5 km s^{-1} , zjistíme ze vztahu (37) hodnotu $\hat{e}_o = 0,04$.

Pravděpodobnost toho, že při řešení pohybu po kruhové dráze dostaneme metodou nejmenších čtverců výstřednost převyšující hodnotu \hat{e} lze vyjádřit vztahem

$$P(e > \hat{e}) = \exp\left(-\frac{\hat{e}^2}{2\sigma_e^2}\right), \quad (38)$$

kde střední kvadratická chyba určení hodnoty výstřednosti σ_e je dána vztahem

$$\sigma_e = \frac{\sigma}{K} \sqrt{\left(\frac{2}{N}\right)}. \quad (39)$$

Pokud – jak Lucy a Sweeney doporučují – přijmeme pětiprocentní hladinu významnosti, pak z rovnice (38) vyplývá, že

$$P(e > \hat{e}) = 0,05 \quad \text{pro} \quad \hat{e} = 2,45\sigma_e. \quad (40)$$

To tedy znamená, že podle tohoto testu můžeme výstřednost dráhy považovat za reálnou pouze když $\hat{e} > 2,45\sigma_e$. To je mnohem přísnější kritérium, než kritérium $\hat{e} = \sigma_e$, které bývalo v některých starších studiích používáno a které odpovídá pravděpodobnosti $P(e > \hat{e}) = 0,61$.

Určitý problém je ovšem v tom, že chyba jednoho měření radiální rychlosti není předem známa. Při použití metody nejmenších čtverců dostaneme pouze její odhad podle vztahu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N w_n (O_n - C_n)^2}{N - M}}, \quad (41)$$

kde M je počet elementů určených v případě kruhové dráhy ($M=6$, konvergujeme-li i periodu) a w_n je váha n -tého měření.

S použitím statistických metod navrhli Lucy a Sweeney proto následující statistický test významnosti nenulové výstřednosti dráhy, který není na odhadu chyby závislý:

Nechť S je váhovaná suma čtverců odchylek od řešení metodou nejmenších čtverců, tedy

$$S = \frac{\sum_{n=1}^N w_n (O_n - C_n)^2}{N - M}. \quad (42)$$

Označme $S = S_k$ pro kruhovou a $S = S_e$ pro výstřednou dráhu. Účinnost, s jakou dva dodatečné elementy, $e \cos \omega$ a $e \sin \omega$, přispívají ke zmenšení S_e vzhledem k $S = S_k$ lze měřit parametrem

$$F = \frac{N - M}{2} \frac{S_k - S_e}{S_e}. \quad (43)$$

Označíme-li $\beta = \frac{1}{2}(N - M)$, pak statistická pravděpodobnost p toho, že hodnota parametru F dosáhne hodnoty \hat{F} je dána výrazem

$$p = \left(1 + \frac{\hat{F}}{\beta}\right)^{-\beta}. \quad (44)$$

Pokud opět přijmeme pětiprocentní hladinu významnosti a z řešení pro výstřednou dráhu určíme výstřednost \hat{e} , pak jako správné řešení přijmeme

$$e = \hat{e} \text{ pokud } p < 0,05 \text{ a} \quad (45)$$

$$e = 0 \text{ pokud } p \geq 0,05. \quad (46)$$

Lucy a Sweeney ilustrovali aplikaci jejich metody na příkladu dvojhvězdy μ UMa, pro kterou bylo publikováno dráhové řešení s výstřednou dráhou a $e = 0,063 \pm 0,033$. Bylo konvergováno všech šest elementů a dráha byla určena ze 34 pozorování radiálních rychlostí.

Již aplikace prvního testu naznačuje, že výstřednost nemusí být reálná, neboť hodnota výstřednosti je pouze dvakrát větší, než střední kvadratická chyba jejího určení. Lucy a Sweeney proto aplikovali druhý test. Pro kruhovou dráhu dostali $S_k=21.7 \text{ (km s}^{-1}\text{)}^2$ a pro dráhu výstřednou $S_e=18.8 \text{ (km s}^{-1}\text{)}^2$. V daném případě je zřejmě $\beta = 14$. Z toho tedy plyne $F = 2,160$ a po dosazení do rovnice (44) vychází $p = 0,134$. Pokud tedy přijmeme pětiprocentní hladinu významnosti, je nalezená výstřednost dráhy zcela jistě nereálná a dráha uvažované dvojhvězdy je ve skutečnosti kruhová.

2.5 Určování elementů zákrytových dvojhvězd

Určování kvantitativních údajů ze světelné křivky je dosti složitá úloha a příslušné postupy a metody řešení jsou i v současnosti nadále vyvíjeny a vylepšovány. Zde se proto omezíme jen na některé jednodušší principy a vztahy, abychom si vysvětlili, jaké informace a díky čemu lze ze světelné křivky získat.

2.5.1 Zákryty v kruhové dráze při sklonu 90°

Uvažujme nejprve nejjednodušší případ dvojhvězdy se sklonem dráhy $i = 90^\circ$, tj. takové, jejíž oběžná rovina přesně prochází sluneční soustavou. Budeme dále předpokládat, že složky dvojhvězdy jsou kulová tělesa s rovnoměrným rozložením jasu po celém povrchu, která kolem sebe obíhají po kruhových drahách. Budeme-li uvažovat relativní dráhu složky 2 kolem složky 1, pak je zřejmé, že složka 2 urazí za jeden oběh dráhu $2\pi a$. Označme R_1 a R_2 poloměry obou hvězd, D celkovou dobu trvání zákrytu a d dobu trvání úplného zákrytu neboli totality, kdy hvězda 2 celou plochou svého disku zakrývá část disku hvězdy 1. Budeme-li čas t měřit od středu primárního zákrytu a zavedeme-li tzv. fázový úhel

$$\vartheta = \frac{2\pi}{P}t, \quad (47)$$

pak zřejmě platí

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 &= a \sin \vartheta_2 = a \sin\left(\frac{2\pi D}{P}\right), \\ R_1 - R_2 &= a \sin \vartheta_1 = a \sin\left(\frac{2\pi d}{P}\right). \end{aligned} \quad (48)$$

Úpravou těchto vztahů dostáváme

$$\begin{aligned} r_1 &= \frac{R_1}{a} = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi D}{P}\right) + \sin\left(\frac{\pi d}{P}\right)\right), \\ r_2 &= \frac{R_2}{a} = \frac{1}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi D}{P}\right) - \sin\left(\frac{\pi d}{P}\right)\right). \end{aligned} \quad (49)$$

Je tedy zřejmé, že z námi uvažované světelné křivky lze určit oběžnou periodu a dobu trvání totality a celého zákrytu a pomocí nich pak spočítat relativní poloměry složek, tj. poloměry vyjádřené v jednotkách vzdálenosti mezi středy obou hvězd.

2.5.2 Úplné zákryty při sklonu menším než 90°

Výrazně složitější je již případ, kdy sice ještě dochází k úplnému zákrytu hvězdy 1 hvězdou 2, kdy ale $i \neq 90^\circ$. Nyní již musíme uvažovat světelnou křivku po dobu celého trvání zákrytu. Budeme chtít nalézt modelovou funkci, která popisuje změnu jasnosti soustavy v závislosti na čase. Označme L_1 a L_2 svítivosti složek, L_0 svítivost celé soustavy v době úplného zákrytu, $L = L(t)$ celkovou svítivost soustavy v obecném okamžiku během zákrytu a $S = S(t)$ plochu té části disku hvězdy 1, která je v daném okamžiku během zákrytu zakryta složkou 2. Platí zřejmě

$$L = L_1 + L_2 - \frac{S}{\pi R_1^2} L_1. \quad (50)$$

V době úplného zákrytu platí vztah

$$L_0 = L_1 + L_2 - \frac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2} L_1. \quad (51)$$

Porovnáním obou rovnic a po zavedení relativní svítivosti, vyjádřené v jednotkách celkové svítivosti soustavy mimo zákryt

$$l = \frac{L}{L_1 + L_2}, \quad (52)$$

dostáváme vztah

$$1 - l = (1 - l_0) \frac{S}{\pi R_2^2}. \quad (53)$$

Zakrývanou plochu S lze vyjádřit pomocí vztahu

$$S = \frac{\varphi_1}{\pi} \pi R_1^2 - (R_1 \sin \varphi_1)(R_1 \cos \varphi_1) + \frac{\varphi_2}{\pi} \pi R_2^2 - (R_2 \sin \varphi_2)(R_2 \cos \varphi_2), \quad (54)$$

přičemž zřejmě platí

$$R_1 \sin \varphi_1 = R_2 \sin \varphi_2. \quad (55)$$

Označíme-li ještě poměr poloměrů

$$k = \frac{R_2}{R_1} = \frac{r_2}{r_1}, \quad (56)$$

můžeme pro okamžitou zdánlivou vzdálenost středů obou složek v psát

$$v = R_1 \cos \varphi_1 + R_2 \cos \varphi_2 = R_1 (\cos \varphi_1 + k \cos \varphi_2). \quad (57)$$

Funkční závislost na čase můžeme zavést za pomoci fázového úhlu ϑ , který byl zaveden vztahem (47). Z geometrických úvah plyne vztah

$$v^2 = a^2 (\sin^2 i \sin^2 \vartheta + \cos^2 i). \quad (58)$$

Kdybychom tedy znali relativní poloměry složek a sklon oběžné dráhy, mohli bychom teoretickou světelnou křivku během zákrytu počítat následovně: Pro zvolený čas t bychom úhly φ_1 a φ_2 vypočetli z rovnic

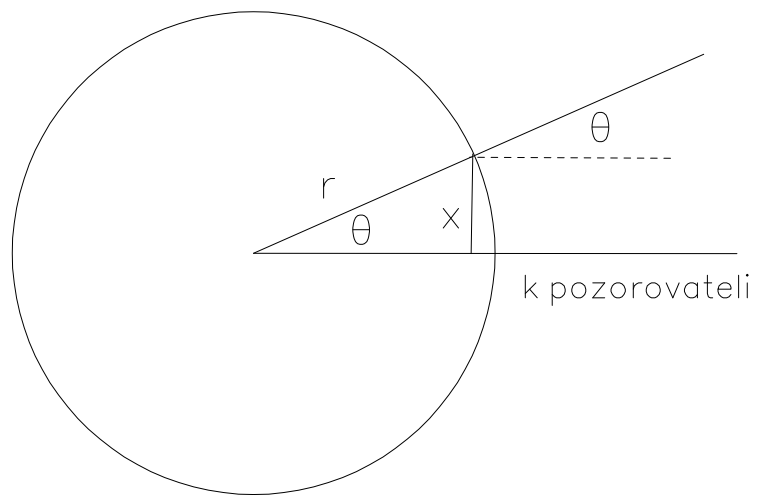
$$\begin{aligned} r_1 (\cos \varphi_1 + k \cos \varphi_2) &= \sqrt{\cos^2 i + \sin^2 i \sin^2 \left(\frac{2\pi t}{P} \right)}, \\ \sin \varphi_1 &= k \sin \varphi_2 \end{aligned} \quad (59)$$

a z nich již pomocí vztahu

$$1 - l = \frac{1}{\pi} (1 - l_0) \left(\frac{\varphi_1 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_1}{k^2} + \varphi_2 - \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \right) \quad (60)$$

bychom počítali teoretickou světelnou křivku.

Je samozřejmě možné tuto úlohu otočit a hledat parametry rovnic (59) a (60), tedy relativní poloměry složek r_1 a r_2 a sklon dráhy i tak, abychom dosáhli co nejlepší shody pozorované a vypočtené světelné křivky.



Obrázek 1: Ilustrace k výpočtu lineárního okrajového ztemnění

2.5.3 Okrajové ztemnění

Okrajové ztemnění popisuje, jak se mění intenzita v dané vlnové délce do směru k pozorovateli v závislosti na úhlu ϑ , který svírá normála k povrchu hvězdy v uvažovaném místě se směrem zorného paprsku.

Pro jednoduchý model atmosféry (Milne 1921) lze pokles intenzity spojitého záření ve vlnové délce λ jako funkci úhlu ϑ od středu směrem k okraji disku zapsat ve tvaru

$$I_\lambda(\vartheta) = I_\lambda(0)(1 - u_\lambda + u_\lambda \cos \vartheta). \quad (61)$$

To znamená, že mimo zákryty můžeme součet příspěvků z disku sférické hvězdy o relativním poloměru r vyjádřit jako integrál z příspěvků z infinitesimálních mezikruží o poloměru x a tloušťce dx vztahem

$$L_\lambda = \int_0^r 2\pi x I_\lambda(\vartheta) dx = \int_0^r 2\pi x I_\lambda(0)(1 - u_\lambda + u_\lambda \cos \vartheta) dx. \quad (62)$$

První dva členy lze integrovat přímo a třetí také, pokud si uvědomíme, že z geometrie plyne (viz obr. 1), že $x = r \sin \vartheta$ a tedy $dx = r \cos \vartheta d\vartheta$. Dostáváme tedy

$$\begin{aligned} L_\lambda &= I_\lambda(0) \left(\pi r^2 - \pi r^2 u_\lambda + 2\pi r^2 u_\lambda \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cos^2 \vartheta d\vartheta \right) \\ &= I_\lambda(0) \left(\pi r^2 - \pi r^2 u_\lambda + \frac{2}{3} \pi r^2 u_\lambda \right) = \pi r^2 I_\lambda(0) \left(1 - \frac{u_\lambda}{3} \right). \end{aligned} \quad (63)$$

Se zlepšováním modelů atmosfér se ale postupně ukazovalo, že jednoduchý zákon lineárního okrajového ztemnění nevyhovuje. Objevovaly se proto další empirické zákony. Označíme-li, jak se často činí, $\mu = \cos \vartheta$, lze lineární zákon okrajového ztemnění (61) zapsat ve tvaru

$$I_\lambda(\vartheta) = I_\lambda(0)(1 - u_\lambda(1 - \mu)) \quad (64)$$

a kvadratický zákon použitý v rovněž často používaných tabulkách Wadeho a Ruciňského (1985) ve tvaru

$$I_\lambda(\vartheta) = I_\lambda(0)(1 - a_\lambda(1 - \mu) - b_\lambda(1 - \mu)^2). \quad (65)$$

Další autoři uvažovali vyšší člen s odmocninou ve tvaru

$$I_\lambda(\vartheta) = I_\lambda(0)(1 - c_\lambda(1 - \mu) - d_\lambda(1 - \mu^{\frac{1}{2}})) \quad (66)$$

a navržen byl i logaritmický zákon

$$I_\lambda(\vartheta) = I_\lambda(0)(1 - e_\lambda(1 - \mu) - f_\lambda \mu \ln \mu). \quad (67)$$

Ve své disertační práci dochází Díaz-Cordovés (1990) k závěru, že pro horké hvězdy lépe vyhovuje odmocninný zákon (66), zatímco pro chladnější se lépe hodí kvadratický zákon (65).

Nejnovější hodnoty koeficientů okrajového ztemnění pro různé zákony podrobně tabeloval Claret (2000) pro vlnové délky odpovídající měřením v *UBVRI* a *uvby* na základě nových modelů atmosfér. Hodnoty

těchto koeficientů se pohybují asi kolem 0,8–0,9 pro chladné hvězdy spektrálních typů K a M, 0,5–0,6 pro hvězdy spektrálního typu A0 a 0,25–0,35 pro hvězdy B0, pokud hovoříme o jednoduchém lineárním zákonu a optickém oboru spektra. Claret ovšem navrhl nový vlastní zákon tak, aby dobře platil přes celý rozsah možných efektivních teplot hvězd. Tento zákon má 4 koeficienty $a_\lambda(1)$ až $a_\lambda(4)$ a lze jej zapsat ve tvaru

$$I_\lambda(\vartheta) = I_\lambda(0) \left(1 - \sum_{k=1}^4 a_\lambda(k) \left(1 - \mu^{\frac{k}{2}}\right)\right). \quad (68)$$

Claret (2007) analyzoval možný vliv ozáření atmosféry druhou složkou dvojhvězdy na hodnoty okrajového ztemnění. Došel k závěru, že vliv je třeba uvažovat a určil, jaké korekce je v podobných situacích brát v úvahu a to v závislosti na relativním toku z druhé složky dvojhvězdy.

Je třeba upozornit, že někteří autoři stále používají koeficienty okrajového ztemnění tabelované Wadem a Rucińskim (1985), a to z toho důvodu, že jsou spočteny pro větší rozsah vlnových délek od 136 do 1650 nm. Ještě rozšířenější je používání tabulek, které publikoval Van Hamme (1993). Ten na základě Kuruczových modelů spočetl monochromatické koeficienty okrajového ztemnění pro lineární, logaritmický a odmocninný zákon ve 1221 hodnotách vlnových délek od 9,09 nm do 160 μm . V jeho práci jsou tabelovány koeficienty integrované pro různé standardně používané fotometrické filtry (Johnsonovy *UBVR IJKLMN*, Ström-grenovy *uvby*).

V poslední době se ovšem při řešení světelných křivek začínají používat předem spočtené modely atmosfér, z nichž se přímo bere intenzita do daného úhlu, čímž se použití koeficientů okrajového ztemnění zcela eliminuje.

2.6 Periodické změny oběžné periody

Při prohlídce $O-C$ diagramu můžeme objevit, že sama změna periody je periodická. Je pravda, že podstatné omezení v nalezení takových změn je dáno jednak délkou intervalu pokrytého daty, jednak přesností dat. Je jasné, že periodičnost je nepochybná jen tehdy, opakovala-li se v chodu $O-C$ vícekrát (a je-li amplituda změn bezpečně nad šumem). V řadě případů – probíhají-li změny periody podle určitých vztahů – se ale periodičnost může pokládat za velmi pravděpodobnou, i když je interval pokrytý daty jen o málo delší. Data jsou obvykle k dispozici od objevu proměnné; studiem archivních dat (fotografií) lze ovšem často interval prodloužit až ke konci 19. století. Mnohdy ale fotografické či vizuální odhady okamžiků minim nemají přesnost postačující k prokázání změny periody; podstatně průkaznější jsou data fotoelektrická nebo získaná prvky CCD, neboť jsou zpravidla o řád přesnější než stará data.

Periodické změny periody mají v zásadě dvě příčiny:

1. Efekt rozdílné dráhy světla (light-time effect, LITE), který je obdobou efektu, jenž vedl již O. Römera v r. 1675 k určení rychlosti světla – oběžná perioda zůstává stejná, pozorovaná perioda je ale různá podle toho, zda se dvojhvězda při oběhu kolem společného těžiště s další složkou od nás vzdaluje nebo se k nám přibližuje.
2. Rotaci přímky apsid, k níž dochází u dvojhvězd s nekruhovou drahou. Stáčení přímky je jednak relativistické, jednak je způsobeno odchylností tvaru složek dvojhvězdy od kulového tvaru.

Rozlišit tyto příčiny je poměrně snadné: v prvním případě se primární i sekundární minima v $O-C$ diagramu chovají stejně, v druhém leží na různých křivkách.

2.6.1 Efekt rozdílné dráhy světla

Efekt rozdílné dráhy světla (dále LITE) byl teoreticky popsán koncem 19. století, neboť tehdy už byla známa proměnnost periody některých dvojhvězd. Pozorován byl u Algola, ale až poté, kdy trojhvězdnost tohoto systému byla zjištěna ze spektroskopie a astrometrie (další hvězdou pak byla až IU Aur, kde byl efekt objeven fotometricky).

Existence LITE tedy znamená, že „dvojhvězda“ není dvojhvězdou, ale trojhvězdou (nebo má složek více, např. třetí člen může být též dvojhvězdou). Oběžná perioda třetího tělesa kolem společného těžiště je přitom zpravidla mnohonásobkem periody dvojhvězdy, často se proto mluví o „krátké“ a „dlouhé“ periodě či dráze. Nyní jsou známy asi dvě desítky proměnných hvězd, které vykazují LITE, s periodami od asi 100 dní do sta let; kratší periody prakticky nelze objevit, neboť amplituda je v takových případech příliš malá. Např. λ Tau je zákrytová dvojhvězda, kde dlouhá perioda (33^d07) je jen osminásobkem periody krátké (3^d953), LITE ale nelze objevit, protože přesnost určení okamžiku minima je nedostatečná. Delší periody by byly delší než interval s existujícími daty a tedy neprokazatelné.

Na obr. 2 je $O-C$ diagram soustavy SZ Cam. Proměnnost oběžné periody byla známa již dlouho, data do r. 1980 byla podobná parabole, avšak nová měření kolem r. 1990 ukázala výraznou změnu. Současně byly objeveny čáry třetí složky i ve spektrech a krátce poté byla třetí složka nezávisle identifikována skvrnkovou interferometrií.

Uvažujme základní rovinu kolmou k zornému paprsku a procházející těžištěm celého systému. Vzdálenost těžiště zákrytové dvojhvězdy od této roviny je

$$z = r \sin i \sin(v + \omega). \quad (69)$$

Zavedme ještě rovinu rovnoběžnou se základní a jdoucí *středem* dráhy (obecně nekruhové) dvojhvězdy kolem těžiště systému. Vzdálenost obou rovin je

$$a_{12} e \sin \omega \sin i, \quad (70)$$

časový rozdíl v dráze světla je tedy

$$\tau = \frac{r \sin i \sin(v + \omega) + a_{12} e \sin \omega \sin i}{c} \quad (71)$$

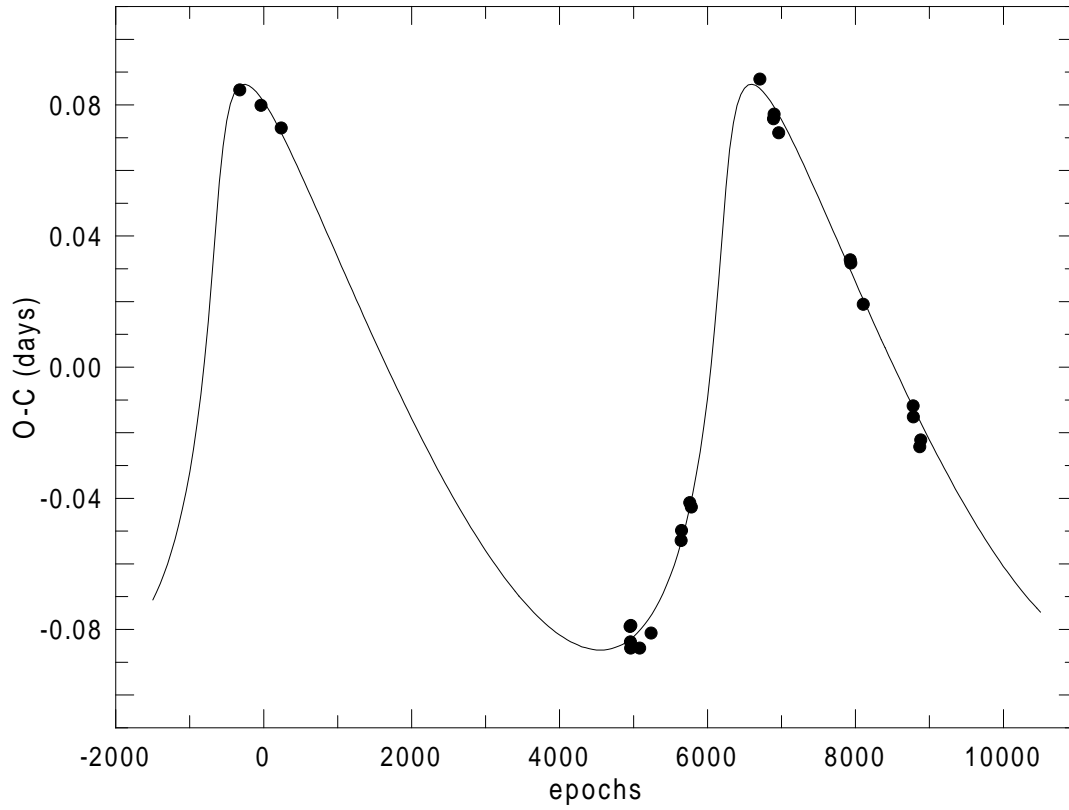
a lze psát vztah

$$O - C = T - (T_0 + P_1 E) = \frac{a_{12} \sin i}{q} \left[\frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} \sin(v + \omega) + e \sin \omega \right], \quad (72)$$

který popisuje chování hodnot $O-C$. Zde P_1 je střední perioda zákrytové dvojhvězdy ve dnech, a_{12} (v AU), v , e , ω a i jsou parametry dráhy zákrytové dvojhvězdy kolem společného těžiště.

Semiampplituda jevu

$$A = \frac{1}{2} [(O - C)_{\max} - (O - C)_{\min}] = \frac{a_{12} \sin i \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}}{q} \quad (73)$$



Obrázek 2: Graf $O-C$ odchylek pro okamžiky minim zákrytové dvojhvězdy SZ Cam podle měření Mayera a kol. (1994) a Gordy (2000). Křivka je spočtena pro elementy uvedené v textu.

udává rozměr dráhy dvojhvězdy (hlavní poloosu a_{12}) kolem společného těžiště v jednotkách „světelného dne“, proto onen koeficient

$$q = 86400 \cdot \frac{299792,458}{149597871} = 173,14 \quad (74)$$

pro převod na AU. Můžeme zavést poměr hmotností $M_3/(M_1 + M_2)$, pak hlavní poloosa dráhy třetího tělesa je zřejmě

$$a_3 = a_{12} \cdot (M_1 + M_2)/M_3. \quad (75)$$

Podobně jako u spektroskopické dráhy dvojhvězdy lze též definovat funkci hmotnosti třetího tělesa jako

$$f(M_3) = \frac{(a_{12} \sin i)^3}{P_2^2} = \frac{(M_3 \sin i)^3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2} = \frac{1}{P_2^2} \left[\frac{qA}{\sqrt{(1 - e^2 \cos^2 \omega)}} \right]^3, \quad (76)$$

kde P_2 je oběžná perioda třetí složky v rocích. Funkce hmotnosti třetího tělesa poskytuje mj. odhad jeho minimální hmotnosti. Známe-li M_1 a M_2 a za předpokladu $i = 90^\circ$ lze M_3 získat řešením rovnice

$$f(M_3) = \frac{(M_3)^3}{(M_1 + M_2 + M_3)^2}. \quad (77)$$

Všechny parametry je nutno hledat metodou nejmenších čtverců, je třeba zahrnout i oběžnou periodu dvojhvězdy a okamžik základního minima (7 neznámých). Pro zmíněný systém SZ Cam vyšly tyto parametry:

P_1	2,6984708 dne
Prim. min.	JD ₀ 2427533.441
P_2	50,7 roku
A	0,086 dne
$T_{\text{periastron}}$	JD 2444340
e	0.77
ω	23.7° .

Oběh dvojhvězdy kolem společného těžiště je doprovázen změnou rychlosti jejího těžiště:

$$V_r = K [\cos(v + \omega) + e \cos \omega], \quad (78)$$

kde

$$K = \frac{A}{P_2} \frac{Q}{\sqrt{(1 - e^2)(1 - e^2 \cos^2 \omega)}}; \quad (79)$$

V_r a K jsou v km s^{-1} a $Q = 2\pi c/365,25 = 5157$.

(Na Astronomickém ústavu UK je k dispozici program LTEORB, vytvořený T. Rajou, který minimalizuje příslušnou sumu čtverců odchylek metodou simplexu.)

Lze poznamenat, že důkaz existence třetího tělesa v systému SZ Cam vedl k určení zcela odlišných hodnot pro hmotnosti obou složek dvojhvězdy. Starší spektra nedovolovala odlišit čáry třetího tělesa od čar primáru, takže semiamplicituda K_1 vyšla malá, a vyšel i malý poměr hmotností; přitom ale svítivosti obou složek se lišily jen málo. Nové hmotnosti plně odpovídají očekávání.

Třetí těleso se v mnohých případech projevuje i jako „třetí světlo“ (někdy je ale funkce hmotnosti velmi malá a proto je světelný příspěvek třetí složky zanedbatelný). Odečtením takového příspěvku se hloubka zákrytů zvětší, tedy vyjde i větší sklon dráhy dvojhvězdy. Třetí světlo ovšem může pocházet i od objektu, který není se systémem gravitačně vázán, nebo pro příliš krátkou či dlouhou periodu se LITE nepozoruje. Při řešení světelných křivek by tedy vždy měl být proveden test na možnou přítomnost třetího světla.

To, že pomocí LITE lze nalézt zejména trojhvězdy s dlouhou periodou od roků po desítky let má význam pro statistiku četnosti těchto period. Spektroskopicky lze spíše objevit kratší periody, vizuální dvojhvězdy pak mají převážně delší periody. Dnes je ovšem tento interval pokryt i interferometrickými dvojhvězdami.

Objevování vícenásobných soustav má význam i pro statistiku četnosti takových soustav, a tedy i pro úvahy o vzniku dvojhvězd a vícenásobných soustav.

Přítomnost třetího tělesa se projevuje i dalšími pozorovatelnými jevy. U několika objektů objevených jako zákrytové dvojhvězdy se v novější době nepodařilo potvrdit změny jasnosti; možným vysvětlením je, že se změnil sklon dráhy a proto k zákrytům již nedochází. U dvou objektů byly zjištěny systematické změny hloubek minim, vysvětlitelné jen změnou sklonu (změna jiného parametru soustavy – třeba poloměru nebo teploty jedné složky – pozorované změny vysvětlit nemůže, a změny obou složek jsou asi nemyslitelné). Změna sklonu pak je dobře pochopitelná jako precese drah; ta je nutně přítomná, pokud krátká a dlouhá dráha jsou nekoplanární. Jde tu tedy o jevy dobře známé v nebeské mechanice a pozorovatelné třeba v systému Země-Měsíc-Slunce. V takovém systému existuje neměnná fundamentální rovina, k níž jsou krátká a dlouhá dráha skloněny o úhly i_1, i_2 (obr. 3), přitom $\sin i_1 / \sin i_2 = G_2 / G_1$, kde G_i jsou dráhové momenty. Vzhledem k podstatně většímu rozměru dlouhé dráhy je $G_2 > G_1$, a tedy sklon krátké dráhy může být značný, kdežto rovina dlouhé dráhy se nemusí příliš lišit od fundamentální roviny. Tyto jevy, očekávané u trojhvězd, dobře popsal Söderhjelm (1975). Např. perioda precese (rotace uzlu drah, v rocích)

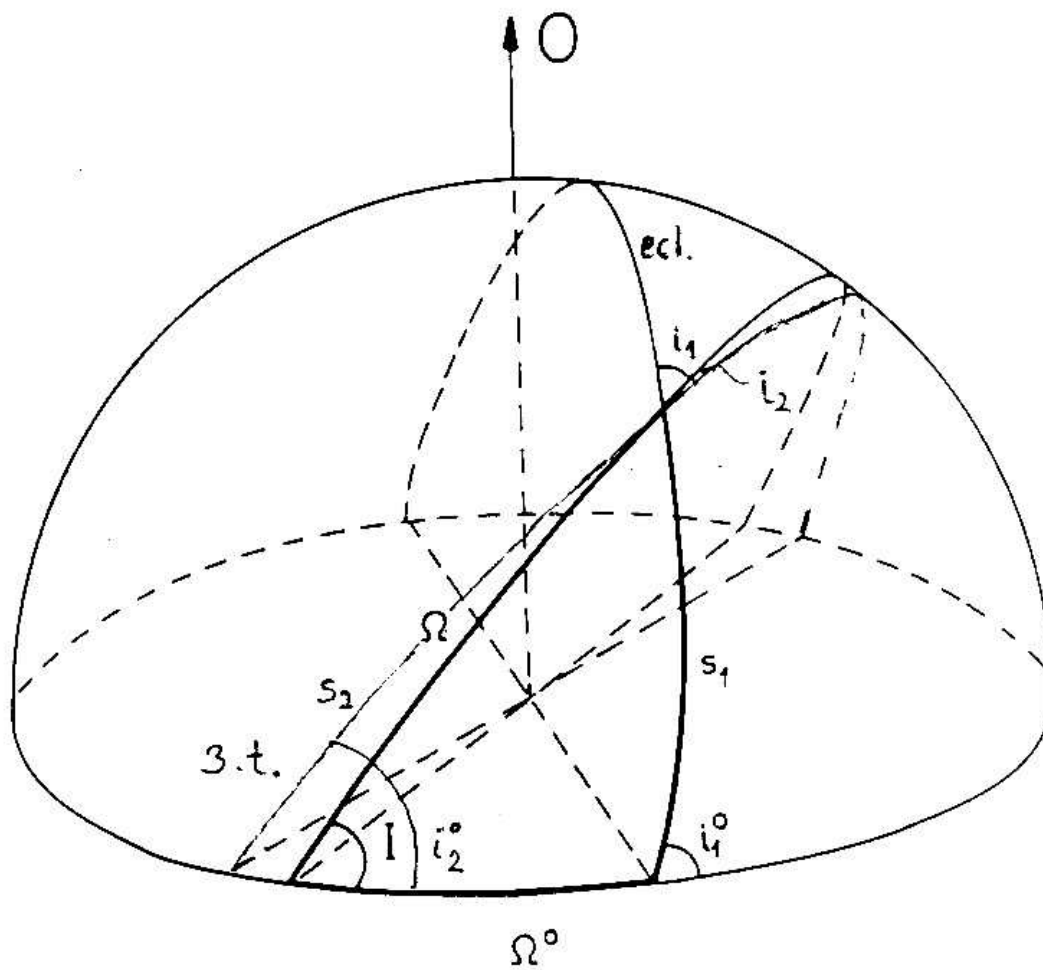
$$P_{\text{node}} = \frac{4}{3} \cdot 365,25 \left[1 + \frac{M_1 + M_2}{M_3} \right] \frac{P_2^2}{P_1} (1 - e^2)^{3/2} \left[\frac{C}{G_2} \cos j \right]^{-1}, \quad (80)$$

kde $C = G_1 \cos i_1 + G_2 \cos i_2$ je celkový moment hybnosti systému a j je úhel mezi rovinami krátké a dlouhé dráhy $j = i_1 + i_2$.

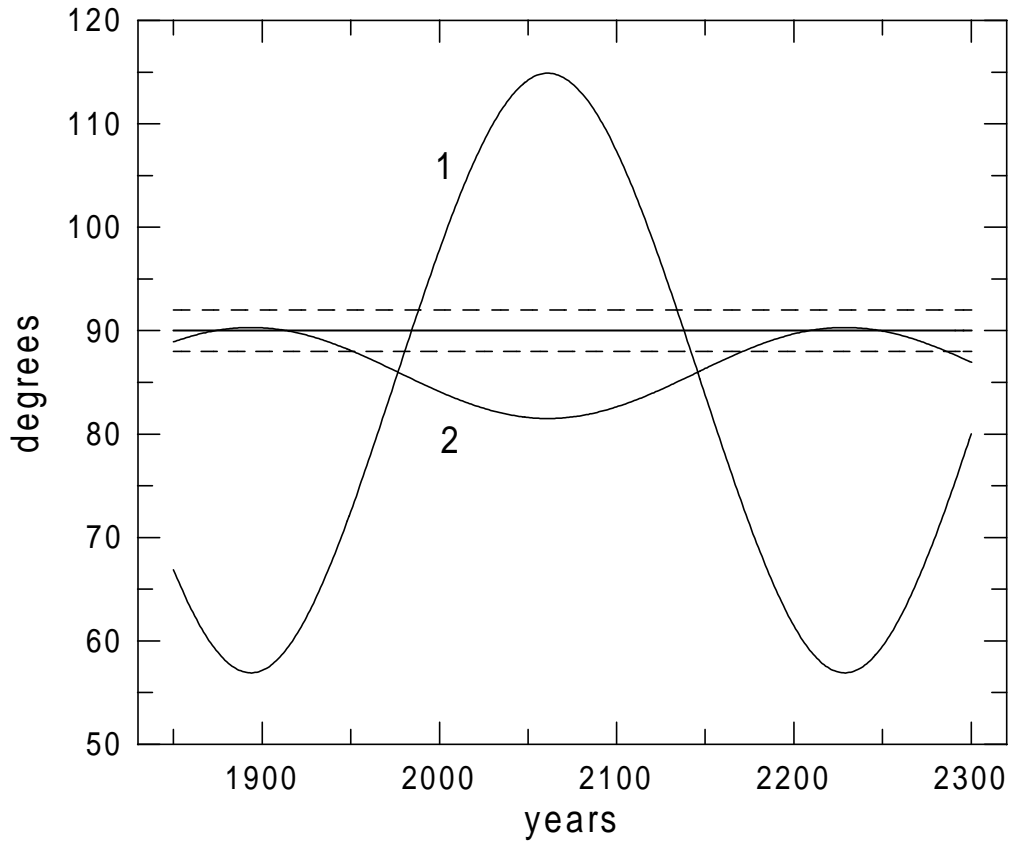
Je zřejmé, že P_{node} je u většiny známých systémů velmi dlouhá a změna sklonu tedy pomalá. U jednoho ze zmíněných objektů – IU Aur – je tato doba kolem 300 let, a tomu odpovídá i pozorovaná změna hloubek minim (primární minimum v oboru V): na začátku dvacátého století byla $0^m,2$, v době objevu (1964) byla $0^m,47$, dosáhla $0^m,70$ v r. 1984 a od té doby opět klesá. Z průběhu změn lze určit sklon fundamentální roviny a i_1 . V daném případě dojde k velmi zajímavé situaci: pozorovatelný sklon třetího tělesa bude blízký 90° . Stane se tak – bohužel – až v letech 2170 až 2270 (obr. 4) a bude tedy docházet k zákrytům nejen ve dvojhvězdě, ale i s třetím tělesem (k těmto vzájemným zákrytům ještě také docházelo i krátce před objevem dvojhvězdy). Protože toto třetí těleso je velmi pravděpodobně dvojhvězda, dovolí vzájemné zákryty určit i parametry jako sklon a rozměry složek druhé dvojhvězdy (v oné době ale asi už bezpečně určené interferometricky).

Druhý objekt s proměnnou hloubkou minim (V907 Sco) má nodální periodu 68 let – už byla zachycena dvě období bez zákrytu a dvě se zákryty. LITE ale pozorován nebyl, neboť „dlouhá“ perioda je příliš krátká – asi 100 dní – a amplituda LITE malá.³

³Je známa i zakrytová dvojhvězda CV Ser, u které došlo k úplnému vymizení zákrytů. Jednou složkou této dvojhvězdy je ale Wolfova-Rayetova hvězda a se vši pravděpodobností se v tomto případě nejedná o sekulární změnu sklonu dráhy, ale o změnu rozměru opticky tlusté obálky WR hvězdy.



Obrázek 3: Fundamentální rovina a oběžné roviny v systému tří hvězd (Söderhjelm 1975). Pozorovatel je ve směru O .



Obrázek 4: Sklony drah zákrytové dvojhvězdy (i_1) a třetího tělesa (i_2) v systému IU Aur.

2.6.2 Rotace přímky apsid

U zákrytových proměnných poznáme nekruhovost dráhy většinou snadno, fáze sekundárního minima se liší od 0.5. Pokud by ale přímka apsid směřovala k pozorovateli, fáze by sice byla 0.5, ale lišilo by se trvání zákrytů (lze si ovšem představit případ, že i trvání zákrytů je stejné, pokud je sklon dráhy odlišný od 90° ; při sklonu $< 90^\circ$ v nekruhové dráze jedno z minim dokonce ani nemusí existovat). U spektroskopických dvojhvězd je nekruhovost obtížněji prokazatelná, též z důvodů vlivu okolohvězdné hmoty, viz dále.

Byly již uvedeny oba důvody rotace přímky apsid. Je třeba uvažovat dvě různé hodnoty oběžné periody: siderickou P_s , což je doba mezi dvěma shodnými polohami obou složek vzhledem ke hvězdám, a anomalistickou P_a , což je doba mezi dvěma průchody periastrum. Vždy je $P_a > P_s$. Perioda rotace přímky apsid je $U = 360/\dot{\omega}$, kde $\dot{\omega}$ je změna délky periastra ve stupních, např. za jeden rok – pak U je též v rocích. Snad obvyklejší je uvádět $\dot{\omega}$ v radiánech za dobu jedné periody, pak platí

$$P_s = P_a(1 - \dot{\omega}/2\pi). \quad (81)$$

Jak už bylo zmíněno výše, rychlost stáčení přímky apsid je dána jednak relativistickým členem $\dot{\omega}_r$ a jednak klasickým členem v důsledku nehomogenního rozložení hmoty ve hvězdách $\dot{\omega}_c$. Je $\dot{\omega} = \dot{\omega}_r + \dot{\omega}_c$; příslušné vzorce viz učební text P. Harmance AST014 (Stavba a vývoj hvězd). Zde je efekt ilustrován na obr. 5, ukazujícím $O-C$ pro dvojhvězdu Y Cyg, která má poměrně krátkou periodu apsidálního stáčení U . Nekruhové dráhy jsou běžné u oddělených dvojhvězd, a jen výjimečně se mohou vyskytovat u polodotykových dvojhvězd. Dlouho např. probíhal spor o to, zda dráha Algotu má či nemá malou excentricitu. Dnes se tato dráha pokládá za kruhovou. Existuje katalog dvojhvězd s apsidální rotací (Petrova & Orlov 1999); u téměř poloviny objektů je ale zařazení do tohoto katalogu sporné. Periody rotace apsid u dvojhvězd s „normálními“ složkami (tj., nekompaktními) začínají u asi 25 roků a mohou ovšem být i velmi dlouhé a tedy neurčitelné.

Z $O-C$ diagramu je možné určit U, e, ω a T_0 . Ve vztazích vystupuje i sklon i , ten je zpravidla znám z řešení světelné křivky. Jsou dvě cesty k určení parametrů:

1. buď optimalizujeme parametry prostřednictvím Keplerovy rovnice, tj. pro dané parametry počítáme předpokládaný čas každého minima (podrobně viz Lacy 1992),
2. nebo použijeme rozvoj střední anomalie podle sinu pravé anomalie (který je běžně užíván v nebeské mechanice, viz Gimenez & Garcia-Pelayo 1983).

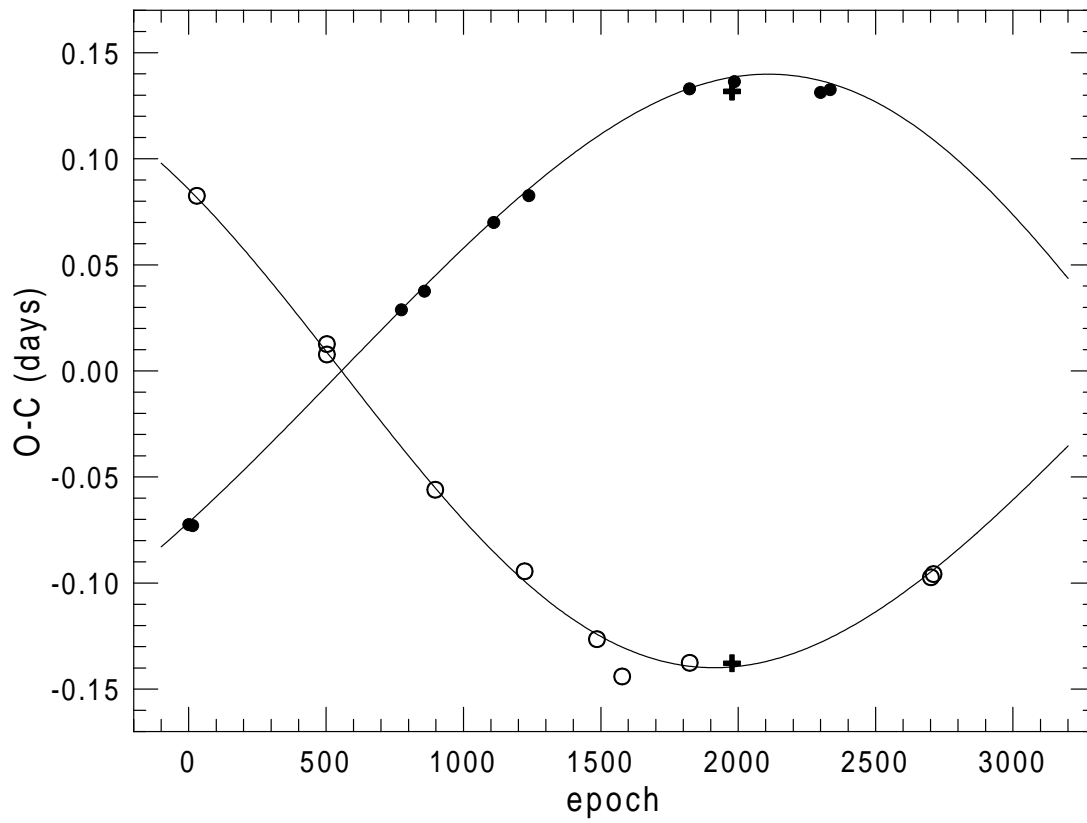
Jak je zřejmé z obr. 6, minimum nastává, když

$$v = \theta - \omega + \pi/2 \quad (82)$$

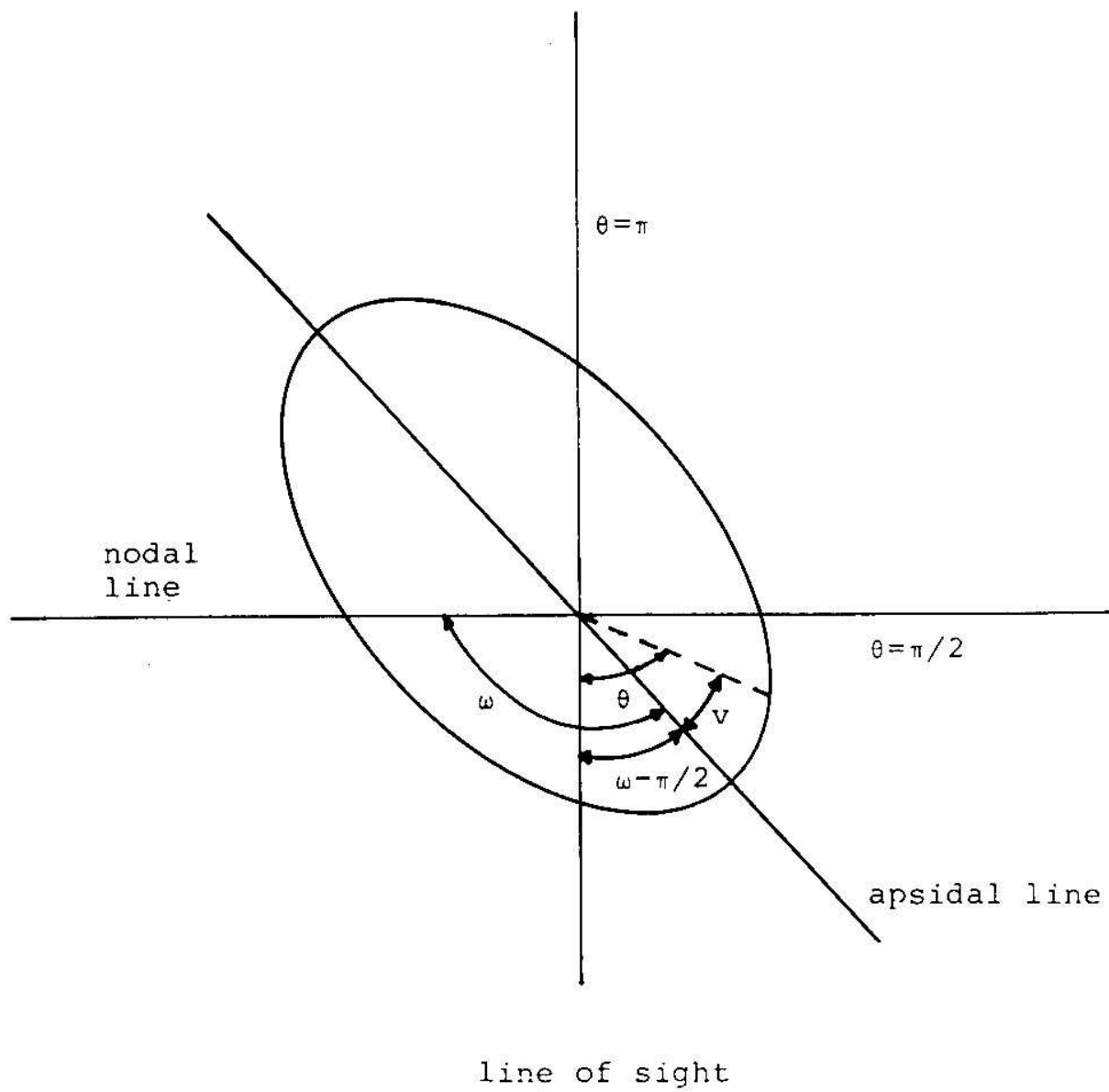
Pokud je $i = 90^\circ$, $\theta = 0$ v případě primárního minima a $\theta = \pi$ v případě sekundárního minima. Při $i \neq 90^\circ$ se okamžik minima – kdy je pozorovatelná vzdálenost středu obou složek dvojhvězdy nejmenší – poněkud liší od okamžiku konjunkce (příslušný výraz viz Gimenez & Garcia-Pelayo 1983).

Je poučné uvažovat alespoň dva členy rozvoje (zde pro $i = 90^\circ$):

$$T_{\text{pri}} = T_0 + P_s E - \frac{eP_a}{\pi} \cos \omega + \frac{3e^2 P_a}{8\pi} \left(1 + \frac{e^2}{6}\right) \sin 2\omega \quad (83)$$



Obrázek 5: Příklad $O-C$ odchylek pro okamžiky minim dvojhvězdy Y Cyg ukazující apsidální rotaci. Znáznorněna jsou jen novější minima.



Obrázek 6: Okamžiky minim v eliptické dráze (Gimenez & Garcia-Pelayo 1983).

a

$$T_{\text{sec}} = T_0 + P_s E + \frac{P_a}{2} + \frac{e P_a}{\pi} \cos \omega + \frac{3e^2 P_a}{8\pi} \left(1 + \frac{e^2}{6}\right) \sin 2\omega. \quad (84)$$

Tato druhá metoda je užitečná hlavně u malých výstředností, kdy postačuje člen lineární v e a hodnota výstřednosti je okamžitě zřejmá z amplitudy $e P_a/\pi$. Je také zřejmé, že při malé výstřednosti jsou křivky v $O-C$ diagramu symetrické sinusovky, kdežto při větší výstřednosti se symetrie ztrácí, jak plyne ze znamének členů s e^2 .

2.7 Neperiodické změny periody

Byly už uvedeny příklady např. trvale se prodlužující periody (β Lyr); různé změny periody jsou zřejmé mj. v atlase $O-C$ diagramů Kreinera a dalších (2000), dostupném na adrese

<http://www.as.ap.krakow.pl>.

Bylo i uvedeno, že takové změny vysvětlujeme procesy přenosu nebo ztráty hmoty z jedné či obou složek. Pokud se při přenosu z jedné složky na druhou žádná hmota ze systému neztrácí a neztrácí se ani úhlový moment, mluvíme o konservativním přenosu. Pro kruhovou dráhu platí

$$\frac{\Delta P}{P} = 3 \frac{q}{1 - q^2} \frac{\Delta M}{M}, \quad (85)$$

kde $q = M_1/M_2$; hmota se přenáší z hvězdy 1 na hvězdu 2. Podobně se mění i velká poloosa dráhy, jen koeficient v rovnici je 2 místo 3. Numericky vycházejí největší hodnoty přenosu hmoty až $10^{-5} M_\odot$ za rok.

Ke konservativnímu přenosu ale asi dochází zřídka. U isotropaní ztráty hmoty získá druhá složka jen malý díl hmoty, většina zmizí ze systému a oběžná perioda u tohoto typu ztráty hmoty trvale roste. Zřejmá je ztráta hmoty zářením, vliv na periodu je ale pod přesností pozorování. Výraznější je ztráta hmoty hvězdným větrem, k níž dochází hlavně u velmi hmotných hvězd. Ke ztrátě hmoty víceméně náhle dochází u nov a supernov. Při takové náhlé ztrátě hmoty jedné složky dochází k růstu excentricity, dráha se může změnit na hyperbolickou, tj. dojde k rozpadu dvojhvězdy. Druhá složka si přitom podrží svou orbitální rychlost, která může dosahovat stovky km s^{-1} ; tímto procesem se vysvětluje existence některých rychle se pohybujících hvězd (mj. pulsarů).

2.8 Určování elementů visuálních dvojhvězd

K výpočtu dráhy je třeba mít měření (v podobě čas T , poziční úhel α , promítnutá úhlová vzdálenost ρ v úhlových vteřinách), která pokrývají pokud možno celou dráhu; z takových dat je zřejmá perioda. Není-li dráha pokryta celá, je perioda nejistá a řešení může být víceznačné nebo neurčitelné. Pozorovaná dráha je průmět skutečné dráhy do tečné roviny ke sféře. Běžná mikrometrická měření nebo měření skvrnkovou interferometrií poskytují relativní dráhu slabší složky kolem jasnější; mají-li složky podobnou jasnost a perioda je krátká, může být problém s identifikací složek. Pokud lze měřit absolutní dráhy, dostane se i poměr hmotností složek.

Pozorovaná dráha je (obecně) elipsa, jasnější složka ale není v jejím ohnisku. V průmětu se zachovává zákon ploch, a zachová se i *střed* elipsy jako střed (obr. 7). Přímka spojující střed a jasnou složku je zřejmě

průmětem hlavní osy, z pozorované dráhy tedy lze určit okamžik průchodu periastrum. Z úseku na průmětu hlavní osy je také zřejmá excentricita. Zbývá tedy určit poziční úhel vzestupného uzlu, délku periastra a sklon dráhy. Z pozičních měření nezjistíme, zda jde o uzel vzestupný či sestupný (musela by existovat i měření radiální rychlosti), úhel je tedy neurčitý o 180° .

Existuje řada metod, jak určit zbývající prvky, viz např. van den Bos (1962). Je jistě možné jejich hodnoty odhadnout a pak všechny parametry optimalizovat. Vztahy parametrů jsou dány vzorci plynoucími z geometrie skutečné a promítnuté dráhy. Pro pozorovanou úhlovou vzdálenost složek (v úhlových vteřinách) platí

$$\rho = \frac{r}{d} \cdot \frac{\cos(v + \omega)}{\cos(\alpha - \Omega)}, \quad (86)$$

kde

$$r = a \cdot \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v}; \quad (87)$$

zde d je vzdálenost dvojhvězdy od Slunce v parsecích, a $a = a_1 + a_2$ v AU. Dále platí vztah pro poziční úhel

$$\operatorname{tg}(\alpha - \Omega) = \operatorname{tg}(v + \omega) \cos i. \quad (88)$$

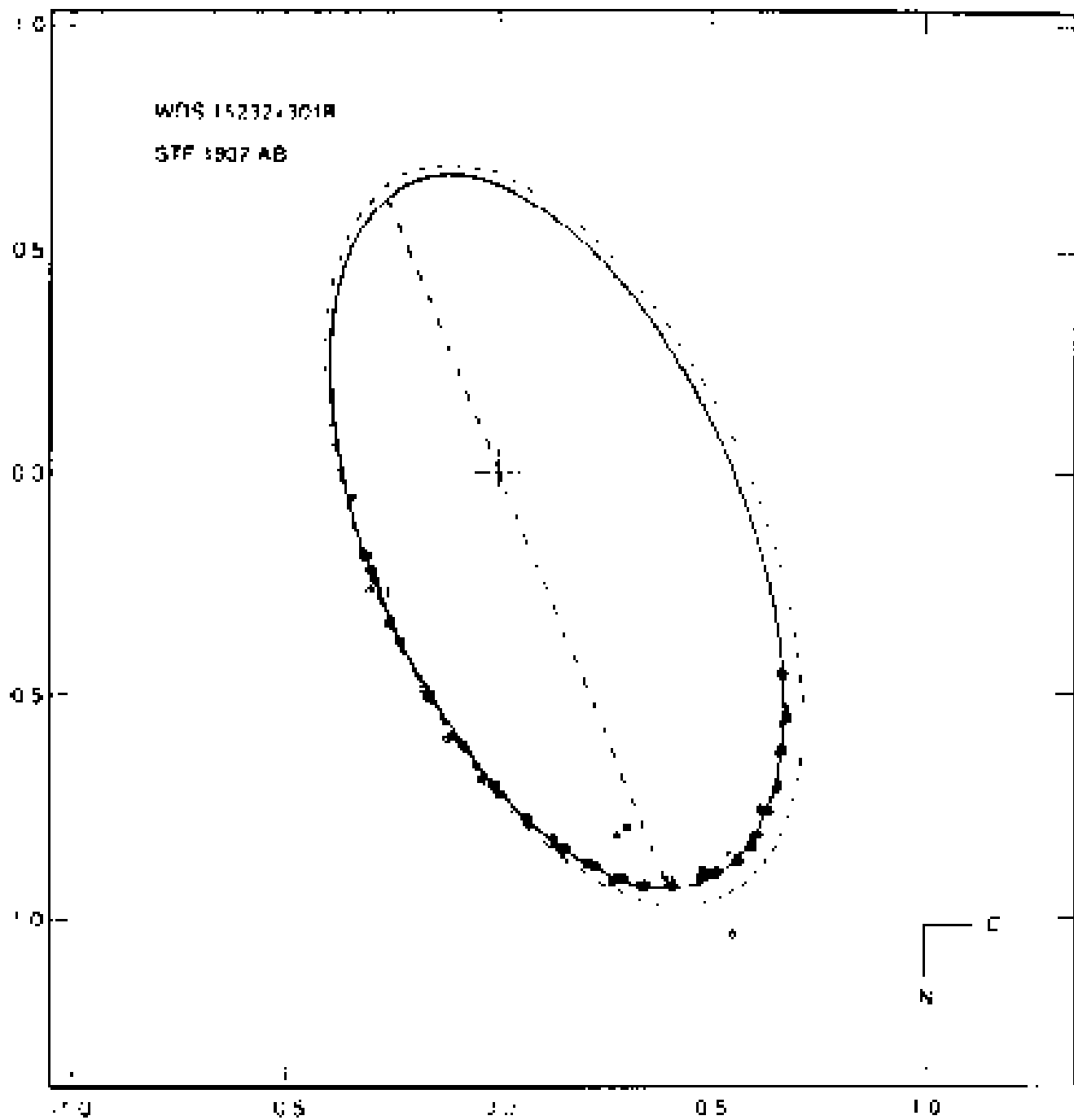
Skutečná vzdálenost složek r je v AU, α je poziční úhel slabší složky a Ω poziční úhel uzlové přímky.

Při řešení dráhy visuální dvojhvězdy se tedy získá úhlový rozměr hlavní poloosy a/d a sklon dráhy. Víme ovšem, že z řešení křivky radiální rychlosti se – při známém sklonu dráhy – nalezne hlavní poloosa v lineární míře. Pokud tedy je pro visuální dvojhvězdu měřitelná křivka radiálních rychlostí, dostáváme i paralaxu objektu. Problémem ale je, že pro dráhy s dlouhou periodou nelze křivku radiálních rychlostí měřit příliš přesně (má malou amplitudu). V několika případech, kdy excentricita dosahuje vysokých hodnot ($e > 0.9$), lze ale měřit důležitou část křivky radiálních rychlostí v okolí průchodu periastrum. Situace se změnila až s objevy interferometrických dvojhvězd s kratšími periodami. Stejnou roli jako křivka radiálních rychlostí hraje LITE, také poskytuje lineární rozměr hlavní poloosy. Zatím jsou známy jen dva případy, kdy objekt s LITE byl měřen interferometricky – vedle SZ Cam to je V505 Sgr.

2.9 Vícenásobné soustavy

Mnohé dvojhvězdy jsou ve skutečnosti vícenásobné soustavy. Např. jedna složka visuální dvojhvězdy je spektroskopická, eventuelně zákrytová dvojhvězda. Vícenásobnost je tedy běžná, kvantitativní určení četnosti je ale obtížné, neboť poznání vícenásobnosti je ovlivněno výběrovými efekty ještě více než poznání dvojhvězdnosti. Z publikovaných statistik se zdá, že nejméně jedna třetina dvojhvězd má třetí složku (ale může to být až polovina); podobně jedna čtvrtina až jedna třetina trojhvězd jsou vlastně čtyřhvězdy, atd.

Mluvíme o různé hierarchii: buď jsou jednotlivé objekty ve srovnatelných vzájemných vzdálenostech, tak je tomu třeba u Trapezu; běžnější ale je, když dvojhvězda má vzdálenou složku (ta ovšem také může být dvojhvězdou), atd. Je jistě zajímavé vědět, v jakých poměrech vzdáleností (nebo, což je velmi podobné, poměrech oběžných period) se takové objekty vyskytují. Z teoretických úvah plyne, že objekty s poměrem $P_2/P_1 < 8$ jsou nestabilní, tj. nemohou být starší než je určitá charakteristická doba oběhu; mezi objekty s P_2 kratší než asi 10000 let se takové objekty nepozorují, s delšími P_2 to jsou soustavy typu Trapez, jejichž



Obrázek 7: Visuální dráha μ Ori (škála v úhlových vteřinách; Fekel a kol. 2002).

stáří nemůže být velké. Modelové výpočty ukazují, že běžný vývoj takových soustav vede k odtržení jedné složky, a zbytek systému se stane kompaktnější.

Jinou zajímavou otázkou u vícenásobných soustav je, zda jsou nebo nejsou koplanární. Viděli jsme u soustav vykazujících LITE, že u řady z nich se mění hloubka minim, tj. krátké a dlouhé dráhy nejsou koplanární. Koplanaritu lze studovat i u jiných vícenásobných soustav, např. pokud u vizuální dvojhvězdy s určenou drahou je jedna složka spektroskopická dvojhvězda.

Příklady:

Zajímavá je ζ Cnc (Griffin 2000) – jde o vizuální dvojhvězdu, vzdálenost složek je $6''$, oběžná doba 260 let. Obě složky jsou dvojhvězdy: jedna, se vzdáleností $1''$, má oběžnou dobu 20 let, druhá – u ní ale jedna ze složek není vidět – má oběžnou dobu 17 let. Pro druhou dvojhvězdu byla získána křivka radiálních rychlostí, semiamplicituda 4 km s^{-1} . Je známa přesná paralaxa (Hipparcos: $0,0391$) a lze počítat hmotnosti; všechny tři viditelné složky jsou podobné Slunci, neviditelná složka – není zřejmá ani v UV, ani v IR – může být chladný bílý trpaslík.

Ve známém „Trapezu“ jsou dobře viditelné čtyři hvězdy: θ^1 Ori A, B, C (ta je nejjasnější a nejranější, O 6) a D. Z nich jsou θ^1 Ori A a B zákrytové proměnné V1016 Ori a BM Ori, pro θ^1 Ori A, B a C pak byly skvrnkovou interferometrií nalezeny další složky (u θ^1 Ori B dvě). Nejzajímavější je nálezní složky u θ^1 Ori C, neboť její úhlová vzdálenost je jen $0,040''$ a oběžná doba pravděpodobně 9 let; oběh se projevuje i měřitelnými změnami radiální rychlosti. Trapez má tedy minimálně 10 složek.

3 Metody určování radiálních rychlostí, profilů spektrálních čar jednotlivých složek a dráhových elementů pomocí digitalizovaných spekter

3.1 Klasická měření na fotografických spektrech

V době fotografických spekter se radiální rychlosti měřily obvykle s pomocí komparátoru s mikrometrickým vláknem a přesným šroubem. Astronom nastavoval v mikroskopu střed čáry a odečítal lineární polohu na desce. Zkušený pracovník měřil jedno spektrum nejméně hodinu. Kromě časové náročnosti bylo nevýhodou i to, že nastavení bylo do určité míry subjektivní a provádělo se přirozeně na spektrech, která byla zaznamenána v densitách a nebyla rektifikována, což mohlo vnášet určité chyby.

Později se na některých hvězdárnách zvláště v USA začal používat komerčně vyráběný osciloskopický přístroj nazývaný *Grant machine*, který pomocí kmitajícího zrcátka a opticko-elektrického systému zobrazoval na obrazovce osciloskopu malý úsek přímého a zrcadlově převráceného spektra. V přístroji bylo opět fotografické spektrum uloženo na transportní podložce spojené s mikrometrickým šroubem. Ten dovozoval pohybovat spektrem tak, aby přímý a převrácený obraz splynul. To umožnilo nastavovat mnohem objektivněji střed čáry a pokud byly ve spektru vidět čáry druhé složky dvojhvězdy, měřit lépe i je. Spektrum se ovšem opět zobrazovalo jako nerektifikované a v densitách, což vedlo k určitým chybám v místech s velkým gradientem v průběhu kontinua.

Princip toho přístroje v pozdější době dovedl k dokonalosti ondrejovský astronom dr. Jiří Horn. Ten vytvořil program SPEFO umožňující (kromě kompletních redukci spektrogramů) měřit radiální rychlosti srovnáním přímého a převráceného obrazu spektra na *rektifikovaných spektrech zobrazených již v relativních tocích* na obrazovce stolního počítače. Pokud byl k dispozici i vhodný mikrodensitometer umožňující

digitalizaci fotografických spekter, šlo podobným způsobem měřit i digitalizovaná fotografická spektra. Přístroj na digitalizaci spekter byl řadu let v provozu i na Ondřejovské observatoři, nyní je takové zařízení ve funkčním stavu pouze na Astronomickém ústavu SAV v Tatrách či na observatoři David Dunlap v Kanadě. Program SPEFO je dále rozvíjen a zdokonalován Mgr. Jiřím Krpatou a je na Astronomickém ústavu UK k dispozici.

3.2 Analogový spektrometr

Když se objevily technické prostředky na získávání spekter v digitalizovaném tvaru, začaly se objevovat i nové, objektivnější způsoby měření radiálních rychlostí. Za průkopníka v tomto směru lze označit britského astronoma Rogera Griffina, který již v šedesátých letech 20. století zkonstruoval a uvedl do provozu fotoelektrický spektrometr na měření radiálních rychlostí (Griffin 1967). Princip jeho přístroje spočíval v tom, že se spektrum studované hvězdy srovnávalo s maskou, na které bylo zaznamenáno spektrum hvězdy podobného spektrálního typu. Masku se mohla posouvat ve vlnové délce a fotoelektrický fotometr registroval světlo hvězdy prošlé maskou. Polohu masky, při které byl signál maximální, bylo možné kalibrovat tak, aby odpovídala rozdílu radiální rychlosti hvězdy vůči vzorovému spektru masky. Griffin se svým přístrojem dosahoval velmi dobré přesnosti v určení radiální rychlosti a do současné doby publikoval přes sto prací s nově měřenými křivkami radiálních rychlostí mnoha spektroskopických dvojhvězd.

Griffinův spektrometr byl ovšem ještě analogovým zařízením, nicméně jako první určoval radiální rychlost nikoliv pomocí měření polohy jednotlivých spektrálních čar, nýbrž s využitím celého úseku spektra.

3.3 Základní úvahy o elektronických spektrech a něco matematiky

Elektronické detektory Reticon a CCD umožnily stabilní a nízkošumový záznam spekter ve zcela digitálním tvaru, což otevřelo cestu k použití nových objektivních metod měření radiálních rychlostí.

Digitalizovaná a plně redukováná a rektifikovaná spektra lze obvykle zapsat ve tvaru uspořádaných dvojic

$$\text{vlnová délka } \lambda \qquad \text{relativní tok } I(\lambda)$$

setříděných vzestupně ve vlnové délce. Někteří autoři doporučují použít místo vlnové délky λ jako nezávislou proměnnou její přirozený logaritmus $\ln \lambda$, a to z následujícího důvodu: Oběžné rychlosti naprosté většiny hvězd, které pozorujeme, jsou mnohem menší než rychlost světla ve vakuu a proto lze pro určení radiální rychlosti RV použít nerelativistický Dopplerův jev ve známém tvaru

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{RV}{c} \right). \qquad (89)$$

Logaritmováním této rovnice dostaneme

$$\ln \lambda = \ln \lambda_0 + \ln \left(1 + \frac{RV}{c} \right). \qquad (90)$$

Pro $RV \ll c$ lze druhý člen na pravé straně rovnice (90) nahradit Taylorovým rozvojem se zanedbáním

všech vyšších členů a psát

$$\ln \left(1 + \frac{RV}{c} \right) \doteq \frac{RV}{c}. \quad (91)$$

Rovnici (90) můžeme pak přepsat do diferenciálního tvaru

$$c \cdot \Delta \ln \lambda \doteq \Delta RV, \quad (92)$$

ze kterého vyplývá, že posun v $\ln \lambda$ po vynásobení rychlostí světla je velmi přibližně přímo mírou rozdílu radiálních rychlosti mezi dvěma spektry.

Uvědomme si ale, co zanedbání vyšších členů Taylorova rozvoje představuje numericky pro praktické aplikace. Vlnová délka podle přibližného vztahu (91) $\lambda_{\text{approx.}}$ bude po dosazení z (91) do rovnice (90)

$$\lambda_{\text{approx.}} = \lambda_0 e^{\frac{RV}{c}}, \quad (93)$$

takže odpovídající rozdíl v radiálních rychlostech bude

$$RV - RV_{\text{approx.}} = RV - c \left(\frac{\lambda_{\text{approx.}} - \lambda_0}{\lambda_0} \right) = RV - c \left(e^{\frac{RV}{c}} - 1 \right). \quad (94)$$

Vidíme tedy, že chyba v radiální rychlosti, která takto vznikne, nezávisí na vlnové délce. Např. pro $RV = 400 \text{ km s}^{-1}$ činí tato chyba $0,267 \text{ km s}^{-1}$ a pro $RV = 1000 \text{ km s}^{-1}$ již $1,67 \text{ km s}^{-1}$. To pro opravdu přesné určování radiálních rychlostí nejsou zcela zanedbatelné hodnoty.

Bylo by přirozeně možné uvažovat i vyšší členy Taylorova rozvoje, ale lepší je následující postup: Uvědomme si, že původní spektrum bylo zaznamenáno na detektor, který má konstantní rozestup s mezi středy jednotlivých detekčních elementů. Disperzní element (mřížka či hranol) změní tuto škálu na nelineární škálu ve vlnových délkách. Tu je ale možné změnit na škálu, pro níž zůstane konstantní *rozlišovací schopnost* R daná vztahem

$$R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{\lambda}{W \cdot s}, \quad (95)$$

kde W je lineární disperse a s vzdálenost středu sousedních elementů detektoru ve směru disperse. Tím bude přeškálované spektrum lineární v radiální rychlosti bez jakékoliv aproximace.

Čistě prakticky lze přeškálování provést tak, že vlnovou délku odpovídající prvnímu detekčnímu elementu zachováme a označíme λ_1 , zvolíme konstantní krok v radiální rychlosti ΔRV a ze vztahu (89) pak plyne, že vlnová délka n -tého přeškálovaného elementu λ_n bude

$$\lambda_n = \lambda_1 \left(1 + \frac{\Delta RV}{c} \right)^{n-1}. \quad (96)$$

Je ovšem třeba, abychom vždy správně uvážili, jaký krok v radiální rychlosti zvolit, abychom nezhoršili rozlišovací schopnost původního spektra a na druhé straně, abychom nevolili krok příliš malý, neboť interpolací mnoha bodů mezi dva sousední elementy použitého detektoru již novou informaci nepřidáme a pouze prodloužíme čas případného dalšího zpracování.

Pro ilustraci: v coudé ohnisku 2-m dalekohledu v Ondřejově se v kameře s ohniskem 702 mm od roku 1992 do července 2000 používal detektor Reticon 1872RF, ze kterého bylo podél disperze využito pro záznam spektra 1696 detekčních elementů, jejichž středy byly od sebe vzdáleny o 0,015 mm. V současné době se ve stejném ohnisku používá CCD detektor SITE-005 o rozměru 2030×800 detekčních elementů, ze kterého se na zobrazení spektra podél disperse využívá 1997 elementů vzájemně od sebe vzdálených také o 0,015 mm. V nejčastěji používané červené oblasti spektra v rozsahu od 6255 do 6767 Å činí rozdíl mezi sousedními dvěma elementy ve vlnové délce asi 0,25 Å a rozdíl v radiálních rychlostech klesá od krátkovlnného k dlouhovlnnému okraji spektra asi od 12,3 do 11,35 km s⁻¹. To platí v obou případech, ač je třeba upozornit na jeden rozdíl mezi oběma typy spekter. Spektra z detektoru Reticon byla plně redukována v programu SPEFO a hodnoty jejich relativních toků jsou uloženy pro původní detekční elementy. To znamená, že pokud si zobrazíme tato spektra ve vlnové délce, pak jednotlivé hodnoty vlnových délek přesně odpovídají vlnovým délkám jednotlivých detekčních elementů 1 až 1696 podle disperzního vztahu. Naproti tomu počáteční redukce nynějších CCD spekter (mj. kalibrace relativního toku, převedení na jednorozměrné spektrum a proložení disperzního polynomu) je prováděna v programu IRAF a v archivu pro uživatele jsou spektra uložena již *ve škále vlnových délek s ekvidistantním krokem v λ*. To se jeví jako poněkud nešťastné, neboť – v této chvíli zbytečně – je původní spektrum interpolováno do bodů ležících obecně mezi jednotlivými původními detekčními elementy a zřejmě tak, že se poněkud ztrácí původní rozlišení, neboť je uloženo opět spektrum obsahující pouze 1997 bodů. (Abychom původní rozlišení neztratili, měli bychom za ekvidistantní krok v λ přijmout nejmenší vzdálenost ve vlnové délce mezi dvěma sousedními elementy, což je na dlouhovlnném konci spektra.) Pro naše účely je ale užitečné si povšimnout, že použijeme-li vztah (96), budou oba typy spekter převedeny správně do škály ekvidistantní v radiální rychlosti.

-o-

Než budeme mluvit o různých metodách numerické manipulace se spektry, bude užitečné si připomenout několik fakt o Fourierově transformaci a souvisejících matematických operacích a zobrazeních.

Obecně platí, že Fourierovou transformací funkce $F(x)$ proměnné x se nazývá funkce $f(y)$ nové proměnné y , která je dána vztahem

$$f(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x)e^{2\pi ixy} dx, \quad (97)$$

přičemž pro zpětnou transformaci platí

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y)e^{-2\pi ixy} dy. \quad (98)$$

Funkci $f(y)$ se někdy říkává Fourierův obraz funkce $F(x)$.

Fourierova transformace je lineární a dá se také dokázat, že

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(y)|^2 dy = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x)|^2 dx. \quad (99)$$

Delta funkcí $\delta(x)$ proměnné x nazýváme speciální funkci, pro níž platí

$$\delta(x) = 0 \text{ pro všechna } x \neq 0 \quad (100)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) dx = 1. \quad (101)$$

Bude-li x_1 nějaký konkrétní bod na ose x , platí zřejmě, že funkce $\delta(x - x_1)$ bude nenulová pouze v bodě x_1 . Fourierova transformace delta funkce bude proto zřejmě

$$f(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_1) e^{2\pi i x y} dx = e^{2\pi i x_1 y} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_1) dx = e^{2\pi i x_1 y}. \quad (102)$$

Konvoluce $K(x)$ dvou funkcí $F(x)$ a $G(x)$ je definována vztahem

$$K(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) G(x - u) du, \quad (103)$$

což se někdy zkráceně zapisuje ve tvaru

$$K(x) = F(x) * G(x). \quad (104)$$

Pro nás významnou vlastností konvoluce je to, že její Fourierův obraz $k(y)$ je prostým *součinem* Fourierových obrazů $f(y)$ a $g(y)$ uvažovaných funkcí $F(x)$ a $G(x)$, tedy

$$k(y) = \sqrt{2\pi} f(y) \cdot g(y). \quad (105)$$

3.4 Porovnání profilů čar s Gaussovými funkcemi

Ukazuje se, že pozorované profily spektrálních čar lze dobře modelovat Gaussovou funkcí

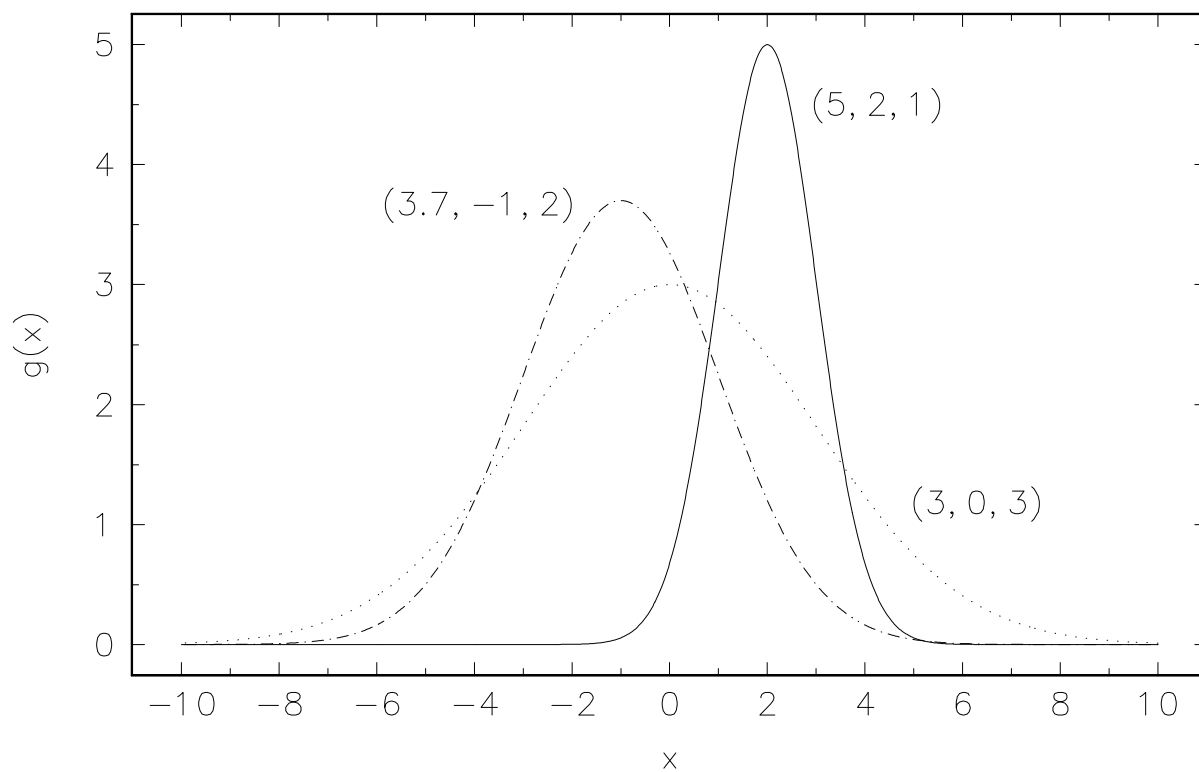
$$g(x) = a e^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}}, \quad (106)$$

kde reálné konstanty a , b a c představují volitelné parametry. Parametr a představuje výšku vrcholku Gaussovy funkce (viz obr.8), parametr b definuje polohu vrcholu v souřadnici x a parametr c souvisí s šířkou Gaussovy funkce v poloviční výšce FWHM vztahem

$$FWHM = 2\sqrt{2 \ln 2} \cdot c. \quad (107)$$

Takto zapsaná funkce představuje emisní čáry, je ale jasné, že použitím záporného parametru a z intervalu $(0,1)$ a přičtením konstanty 1 lze popsat absorpční profily v rektifikovaných spektrech.

V aplikaci na dvojhvězdy či vícenásobné soustavy lze postupovat tak, že pro spektra z fází, kdy je např. dvojhvězda v elongaci, určíme vhodné parametry Gaussových funkcí popisující dobře profily jednotlivých složek dvojhvězdy a ve fázích, kdy se profily překrývají (blendují) se snažíme vhodným posuvem ve vlnové délce nalézt nejlepší shody mezi pozorovaným spektrem a součtem zvolených Gaussových funkcí.



Obrázek 8: Příklady průběhu Gaussovy funkce. Hodnoty parametrů a , b a c jsou uvedeny v závorkách u každé funkce

3.5 Radiální rychlosti s použitím kroskorelační funkce

Použití kroskorelační funkce (cross-correlation function; c.c.f.), využívané delší dobu v jiných oborech, k měření radiálních rychlostí a rotačního rozšíření spektrálních čar jako první navrhl Simkin(ová) (1974) a dále je rozpracovali Da Costa a kol. (1977) a Tonry a Davis (1979). V jistém smyslu jde o jakousi digitální verzi analogového postupu použitého Griffinem. Spektrum studované hvězdy, v tomto případě ale již kompletně redukováno (tj. rektifikováno a v heliocentrické škále vlnových délek) se srovnává se vzorovým spektrem hvězdy podobného spektrálního typu. Mnoho autorů doporučuje spektrální čáry vzorového spektra rotačně rozšířit tak, aby se i šířkou co nejvíce podobaly čarám studované hvězdy. Oproti tomu např. kanadský astronom David Holmgren (soukromé sdělení) doporučuje pro lepší kontrast použít vzorové spektrum s úzkými čarami. Pokud jsou jak vzorové, tak studované spektrum na lineární škále v radiálních rychlostech (jak jsme to diskutovali dříve), pak je zřejmé, že takový vzájemný posuv obou spekter z , který povede k jejich nejlepší shodě, je přímo mírou rozdílu v radiálních rychlostech obou spekter. Za vzorové spektrum lze zvolit buď spektrum hvězdy podobného spektrálního typu jako má studovaná hvězda, které *bylo získáno stejným spektrografem* nebo syntetické spektrum v rozlišení, které použitému spektrografu odpovídá. Výhodou použití skutečného pozorovaného spektra je jeho nesporná blízká podobnost spektru studované hvězdy. Naopak syntetické spektrum je bez šumu, což se také může ukázat jako výhoda. Za vzorové spektrum můžeme v principu zvolit i jedno ze spekter studované hvězdy, pak ale musíme počítat s tím, že radiální rychlosti získáme jen relativně, bez určení jejich nulového bodu.

Označíme-li funkci popisující pozorované rektifikované spektrum hvězdy jako $I(x)$ a funkci popisující vzorové spektrum jako $V(x)$, kde souřadnice x je lineární v radiální rychlosti, pak jejich kroskorelační funkce je definována vztahem

$$C(z) = \int_{-\infty}^{\infty} V(x)I(z+x)dx = V(z) \star I(z) \quad (108)$$

a dosahuje maxima pro hodnotu z_0 odpovídající rozdílu v radiálních rychlostech obou spekter. Povšimněme si, že kroskorelace je operace, která se od konvoluce liší pouze znaménkem integrační proměnné ve druhé funkci. Označuje se symbolicky podobně jako konvoluce, ale jiným typem hvězdičky (pěticípou).

Reálná elektronická spektra jsou ovšem souborem diskrétních hodnot

$$I(x_i) \quad (i = 1, N) \text{ a } V(x_j) \quad (j = 1, M)$$

rovnoměrně vzorkovaných v lineární škále radiálních rychlostí s krokem Δx . Kroskorelační funkce (108) se tak změní v soubor kroskorelačních koeficientů (kterým se ovšem někdy také říká kroskorelační funkce).

Pro diskrétní posuvy spektra vůči vzorovému spektru $z_l = l \Delta x$ (kde l může nabývat záporné i kladné hodnoty) jsou tyto koeficienty definovány vztahem

$$C_j(z_l) \equiv \frac{1}{j} \sum_{i=1}^j V(x_i)I(x_i + z_l). \quad (109)$$

Maximum kroskorelační funkce můžeme určit některou numerickou metodou, třeba pomocí proložení vhodné funkce.

Ve většině praktických aplikací se ovšem kroskorelační funkce nepočítají přímo, ale provádí se Fourierova transformace, která i integraci v kroskorelační funkci změní na násobení Fourierových obrazů

v prostoru frekvencí. Poté je provedena inverzní Fourierova transformace, což ovšem vzhledem k periodickému charakteru funkcí v prostoru frekvencí může vést při zpětné transformaci k falešným jevům. Bránit se lze dvěma vhodnými manipulacemi se spektry. Za prvé bývá zvykem místo původní funkce $I(x)$ použít novou funkci $F(x) = 1 - I(x)$, která z očekávaných absorpčních čar učiní čary emisní, ale hlavně bude mít úroveň kontinua v ideálním případě rovnou nule. Druhou manipulací je tzv. tapering. Může se totiž stát, že na okrajích spekter jsou spektrální čary, které by při dvou Fourierových transformacích mohly vést ke vzniku falešných vysokofrekvenčních artefaktů v kroskorelační funkci. Tapering znamená přidání asi 10 procent bodů na obou okrajích spektra tak, aby případné nenulové hodnoty funkce $F(x)$ na obou okrajích intervalu přešly spojitě na hodnoty nulové.

Zucker a Mazeh (1994) navrhli a prakticky testovali zobecnění kroskorelační metody na dvourozměrný případ, aby bylo možné touto technikou získat radiální rychlosti obou složek dvojhvězdy současně. Jejich program nazvaný TODKOR počítá korelaci pozorovaného spektra vůči kombinaci dvou vzorových spekter, jejichž spektrální typy jsou blízké očekávaným spektrům složek studované dvojhvězdy. Jejich zobecněná kroskorelační funkce je tak funkcí dvou nezávislých proměnných, které měří RV posuv jedné a druhé složky dvojhvězdy.

3.6 Určování radiálních rychlostí pomocí rozšiřovací funkce

Metodu využití rozšiřovací funkce navrhl a rozpracoval Rucinski (1992, 1998). Kdyby v atmosférách hvězd neexistovaly žádné procesy vedoucí k rozšíření spektrálních čar, byly by absorpční čary odpovídající vázaným atomárním přechodům souborem delta funkcí. Takové rektifikované spektrum $F_0(\lambda)$ upravené opět transformací $S_0(\lambda) = 1 - F(\lambda)$ by se tak dalo zapsat ve tvaru

$$S_0(\lambda) = \sum_j k_j \delta(\lambda_j), \quad (110)$$

kde sumace přes j zahrnuje všechny spektrální čary vyskytující se v uvažovaném úseku spektra. Ve skutečnosti jsou i čary nerotující hvězdy rozšířeny různými mikroskopickými atomárními procesy (tepelné rozšíření, mikroturbulence a podobně) a k určitému rozšíření dochází díky nenulové šířce štěrbin i v samotném spektrografu. Označíme-li všechny tyto procesy působící malé rozšíření spektrálních čar jako $T(\lambda)$, je zřejmé, že pozorované spektrum bude konvolucí spektra $S_0(\lambda)$ s rozšiřovací funkcí $T(\lambda)$:

$$S(\lambda) = S_0(\lambda) * T(\lambda). \quad (111)$$

Spektrum ovšem může být rozšířeno vnějšími vlivy, buď rotací hvězdy s nerovnoměrným rozložením jasu na povrchu (“hvězdné skvny”) nebo pohybem v oběžné dráze kolem společného těžiště. Při rotaci osamoceně hvězdy bez skvrn bude ovšem rozšiřovací funkce v čase konstantní, zatímco v ostatních uvedených případech se bude měnit buď s časem nebo s fází oběžné periody a pro případ dvojhvězdy může v elongacích nabývat i podobu dvou oddělených vrcholů nebo dvou vrcholů, které se částečně překrývají. I v tomto případě budou šířky obou částí rozšiřovací funkce záviset na promítnutých rotačních rychlostech složek dvojhvězdy. Je ovšem jasné, že středy obou vrcholů rozšiřovací funkce budou opět pro daný čas odpovídat radiálním rychlostem složek dvojhvězdy.

Označíme-li právě diskutovanou rozšiřovací funkci symbolem $B(\lambda)$, lze výsledné pozorované spektrum $F(\lambda)$ v každém okamžiku zapsat jako konvoluci

$$F(\lambda) = S(\lambda) * B(\lambda) = S_0(\lambda) * T(\lambda) * B(\lambda). \quad (112)$$

Podobně jako u kroskorelační metody je možné spočítat kroskorelační funkci mezi spektrem nerozšířeným rozšiřovací funkcí $B(\lambda)$ a mezi spektrem pozorovaným (pozor opět na správné rozlišení a použití symbolů $*$ a $*$). Dostaneme

$$\begin{aligned} C(\lambda) &= S(\lambda) * F(\lambda) \\ &= S(\lambda) * (S(\lambda) * B(\lambda)). \end{aligned} \quad (113)$$

Označíme-li symbolicky operaci Fourierovy transformace symbolem \mathcal{F} a inverzní Fourierovu transformaci symbolem \mathcal{F}^{-1} , platí zřejmě

$$\mathcal{F}[F(\lambda)] = \mathcal{F}[S(\lambda)] \cdot \mathcal{F}[B(\lambda)] \quad (114)$$

a odhad rozšiřovací funkce lze v principu získat z operace

$$B(\lambda) \sim \mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[F(\lambda)]/\mathcal{F}[S(\lambda)]]. \quad (115)$$

Ve skutečnosti se ale ukazuje, že tento postup zavádí do úlohy velký šum a je třeba úlohu formulovat jako diskrétní sumaci a řešení soustavy lineárních rovnic metodou nejmenších čtverců, přičemž je třeba využít důmyslné numerické metody.

Podrobný výklad o praktickém použití metody lze získat na webové stránce Dr. Rucinského

<http://www.astro.utoronto.ca/rucinski>

a na této adrese lze nalézt i program v jazyce IDL či odkaz na realizaci programu Dr. Nelsonem v prostředí Windows.

3.7 Dopplerovská tomografie

Dopplerovská tomografie je metoda, pomocí které *nelze měřit radiální rychlosti složek*, ale která dovoluje na základě známých křivek radiálních rychlostí získat z pozorovaných spekter individuální spektra obou složek dvojhvězdy. Využití metody tomografie k tomuto účelu navrhli a prakticky vyzkoušeli Bagnuolo a Gies (1991). Jednotlivá pozorovaná spektra jsou chápána jako projekce spekter primáru a sekundáru do různých ‘směrů’ a metodou tomografické rekonstrukce lze získat individuální spektra primáru a sekundáru.

3.8 Oddělení spekter individuálních složek (spectra disentangling)

Matematické oddělení spekter primáru a sekundáru a současné získání dráhových elementů soustavy jako první navrhli Simon a Sturm (1994). Krátce poté publikoval Hadrava (1995) metodu oddělení spekter až pětinasobné soustavy hvězd ve Fourierově prostoru, což mu dovolilo výrazně zrychlit výpočetní rychlost metody. Svůj postup později ještě doplnil o možnost uvažovat změnu relativní intenzity spekter jednotlivých složek - viz Hadrava (1997). Do veřejného použití dal i program KOREL na praktické použití metody a několik pomocných programů. Současná verze programu je podrobně popsána v práci Hadrava (2004b),

kde je i odkaz na webovou stránku, ze které si lze program, návod k použití a některé pomocné programy stáhnout.

Později vytvořil na základě stejných principů jiný podobný program nazvaný FDBINARY také Ilijic a kol. (2004). Jeho program dovoluje určovat dráhové elementy jen pro dvojhvězdu, ale uživatel může volit mezi výpočtem v přímém prostoru vlnových délek či Fourierově prostoru a program spočte celou řadu řešení a z nejlepších si lze vybrat ta, která jsou fyzikálně přijatelná. Ve stavu ladění je rozšíření na trojhvězdy. Program s podrobným návodem je na webové stránce

<http://sail.zpf.fer.hr/fdbinary> .

Předpokládejme, že pozorované spektrum $I(x, t)$ je funkcí relativního posuvu v radiální rychlosti x a času t a že vzniká skládáním spekter I_j ($j = 1, \dots, n$) pocházejících z n různých hvězd, která jsou sama o sobě neproměnná a pouze se vůči sobě posouvají v radiální rychlosti.

Pak zřejmě můžeme výsledné spektrum v libovolném čase vyjádřit jako konvoluci spekter jednotlivých hvězd s delta funkcí ve tvaru

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n I_j(x) * \delta(x - RV_j(t)). \quad (116)$$

(Tento zápis se může zdát jako poněkud samoúčelný, protože by bylo jednodušší napsat

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n I_j(x - RV_j(t)). \quad (117)$$

Má to ale svůj dobrý význam, jak hned z dalšího výkladu vyplyne.)

Označme Fourierovu transformaci spektra I symbolem J a spekter I_j symboly J_j . Pro spektrum zapsané v souřadnici x pomocí rovnice (116) bude mít jeho Fourierova transformace v konkrétním bodě y tvar

$$J(y, t) = \sum_{j=1}^n J_j(y) e^{iyRV_j(t)}. \quad (118)$$

Povšimněme si, že Fourierův obraz je zde zapsán jako součin Fourierových obrazů obou funkcí a že faktor 2π v exponenciále je 'zanedbán', což je ale přípustné, neboť to pouze znamená jinou normalizaci proměnné y .

Jestliže pozorováním získáme k spekter ($k > n$) v časech t_i , ($i = 1, \dots, k$), která jsou složením spekter dvou nebo více spekter hvězd, tvořících soustavu, a posunutých vzájemně o různé radiální rychlosti $RV_j(t_i)$, můžeme se pokusit nalézt jak jednotlivá spektra, tak jejich odpovídající radiální rychlosti metodou nejmenších čtverců. Jak Simon a Sturm (1994), tak Hadrava (1995) určují při výpočtu místo samotných radiálních rychlostí přímo dráhové elementy soustavy.

Odpovídající suma čtverců odchylek, kterou je třeba minimalizovat, má tedy tvar

$$S = \sum_{i=1}^k \int_{-\infty}^{+\infty} |J(y, t_i) - \sum_{j=1}^n J_j(y) e^{iyRV_j(t_i, p)}|^2 dy, \quad (119)$$

kde p schematicky označuje dráhové elementy $P, T_0, K_1, M_2/M_1, e, \omega$ a případně časovou změnu periody \dot{P} či změnu délky periastra $\dot{\omega}$ způsobenou apsidálním pohybem.

Abychom si uvědomili, proč je výhodné provádět řešení ve Fourierových obrazech původních funkcí, uvažujme případ, kdy výsledné spektrum vzniká pouze skládáním dvou spekter dvojhvězdy. Suma (119) bude mít v tom případě tvar

$$S = \sum_{i=1}^k \int_{-\infty}^{+\infty} |J(y, t_i) - J_1(y)e^{iyRV_1(t_i,p)} - J_2(y)e^{iyRV_2(t_i,p)}|^2 dy, \quad (120)$$

Předpokládejme také, že dráhové elementy známe a že chceme získat pouze spektra obou složek dvojhvězdy. Číslo komplexně sdružené k číslu α označme $\bar{\alpha}$. Protože absolutní hodnota součinu dvou komplexních čísel je rovna součinu jejich absolutních hodnot a protože absolutní hodnota komplexního čísla a čísla k němu komplexně sdruženého jsou si rovny, můžeme v rovnici (120) absolutní hodnotu psát explicitně ve tvaru

$$S = \sum_{i=1}^k \int_{-\infty}^{+\infty} (J(y, t_i) - J_1(y)e^{iyRV_1(t_i,p)} - J_2(y)e^{iyRV_2(t_i,p)}) \times (\bar{J}(y, t_i) - \bar{J}_1(y)e^{-iyRV_1(t_i,p)} - \bar{J}_2(y)e^{-iyRV_2(t_i,p)}) dy, \quad (121)$$

Nyní můžeme napsat podmínkové rovnice pro konkrétní bod y Fourierova obrazu pozorovaného spektra. Derivujeme zvlášť v reálné a v imaginární části komplexních čísel a pro zestručnění zápisu označme ještě $J(y, t_i) = J$, $J_1(y) = J_1$ a $J_2(y) = J_2$. Podmínkové rovnice pak dostáváme ve tvaru

$$0 = \frac{\partial S}{\partial J_1^r} = -\tilde{J}e^{iyRV_1} + \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2e^{iy(RV_1-RV_2)} - Je^{-iyRV_1} + J_1 + J_2e^{iy(RV_2-RV_1)}, \quad (122)$$

$$0 = \frac{\partial S}{\partial J_1^m} = -\tilde{J}e^{iyRV_1} + \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2e^{iy(RV_1-RV_2)} + Je^{-iyRV_1} - J_1 - J_2e^{iy(RV_2-RV_1)}, \quad (123)$$

$$0 = \frac{\partial S}{\partial J_2^r} = -\tilde{J}e^{iyRV_2} + \tilde{J}_1e^{iy(RV_2-RV_1)} + \tilde{J}_2 - Je^{-iyRV_2} + J_1e^{iy(RV_1-RV_2)} + J_2, \quad (124)$$

$$0 = \frac{\partial S}{\partial J_2^m} = -\tilde{J}e^{iyRV_2} + \tilde{J}_1e^{iy(RV_2-RV_1)} + \tilde{J}_2 + Je^{-iyRV_2} - J_1e^{iy(RV_1-RV_2)} - J_2. \quad (125)$$

Sečteme-li ještě první dvě a druhé dvě podmínkové rovnice, dostaneme po krátké úpravě

$$\tilde{J}e^{iyRV_1} = \tilde{J}_1 + \tilde{J}_2e^{iy(RV_1-RV_2)}, \quad (126)$$

$$\tilde{J}e^{iyRV_2} = \tilde{J}_1e^{iy(RV_2-RV_1)} + \tilde{J}_2. \quad (127)$$

Vidíme tedy, že pro daný bod Fourierova obrazu spektra se problém redukuje na řešení dvou lineárních rovnic o dvou neznámých. Kdybychom úlohu řešili přímo pro původní spektra, nedošlo by k podobné separaci proměnných a museli bychom řešit obrovskou soustavu rovnic o mnoha neznámých.

Hadrava (1997) metodu zobecnil ještě zavedením předpokladu, že intenzita kteréholiv spektra se může spektrum od spektra měnit. To se v reálných situacích často stává. U zákrytových dvojhvězd se tak děje v průběhu zákrytů. Zahrneme-li do řešení i telurické čáry, které během roku zdánlivě ve škále heliocentrických vlnových délek odrážejí oběh Země kolem Slunce, pak jejich intenzita se mění jak se stavem ovzduší, tak i se vzdušnou hmotou, ve které v dané chvíli objekt pozorujeme. Mírné zdánlivé změny intenzity čar mohou konečně nastávat i v případech ne zcela dokonalé rektifikace spektra.

Označíme-li intenzitu j -tého spektra v čase t symbolem $s_j(t)$, lze rovnice (116) a (118) zobecnit do tvaru

$$I(x, t) = \sum_{j=1}^n s_j(t) I_j(x) * \delta(x - RV_j(t)). \quad (128)$$

$$J(y, t) = \sum_{j=1}^n s_j(t) J_j(y) e^{iyRV_j(t)} \quad (129)$$

a příslušně upravit i podmínkové rovnice. Výsledkem řešení mohou tak být i uvažované intenzity spekter jednotlivých složek v časech expozičních všech použitých spektrogramů.

Pozoruhodným důsledkem této možnosti je zjistit fázově vázané změny jasnosti složek dvojhvězdy či vícenásobné soustavy bez fotometrických měření, čistě ze spekter, která dokonce nejsou absolutně kalibrována v hodnotách toku. Lze rovněž jednoznačně rozhodnout, která hvězda je během daného zákrytu zakrývána.

KOREL – jak už bylo řečeno – může řešit hierarchickou soustavu až 5 hvězd a výsledkem řešení jsou i dráhové elementy soustavy. Pro takový případ se ovšem v sumě čtverců, kterou je třeba minimalizovat, vyskytují i nelineární členy a program k minimalizaci sumy čtverců v těchto nelineárních členech používá metodu simplexu publikovanou Kallrathem a Linnellem (1987). Ta pracuje tím způsobem, že v prostoru parametrů spočte sumu čtverců ve třech různých bodech a poté se čtyřmi možnými operacemi snaží nahradit bod s nejhorší sumou čtverců bodem jiným. Možné operace jsou následující:

A. *Zrcadlení* – Nový bod se zvolí na opačné straně vůči spojnici dvou bodů s lepší sumou čtverců a ve stejné vzdálenosti od ní.

B. *Dělení* – Nový bod se zvolí na stejné straně vůči spojnici dvou bodů s lepší sumou čtverců, ale v poloviční vzdálenosti od ní, než původní bod.

C. *Násobení* – Nový bod se zvolí na stejné straně vůči spojnici dvou bodů s lepší sumou čtverců, ale v dvojnásobné vzdálenosti od ní, než původní bod.

D. *Stažení* – Dva body s horší sumou se přiblíží na polovinu původní vzdálenosti k bodu s nejmenší sumou čtverců odchylek.

Program KOREL průběh konvergence může zobrazovat a jednotlivé operace identifikuje písmeny A až D podle právě uvedeného schématu.

3.9 Programy na řešení křivek radiálních rychlostí a světelných křivek

Při skutečném moderním řešení křivek radiálních rychlostí a světelných křivek se uvažuje celá řada různých dynamických a fyzikálních jevů: pohyb v obecně výstředné dráze, nesférický tvar hvězd a s ním spojený rozdíl mezi optickým a gravitačním težištěm obou těles, reflexe záření, tzv. Rossiterův či rotační jev (deformace křivky radiálních rychlostí v době začátku a konce zákrytu u zákrytových dvojhvězd s rychleji rotujícími složkami), případně nerovnoměrné rozložení jasu na povrchu ve formě hvězdných skvrn a další jevy. Výpočet je pak přirozeně mnohem složitější a také většinou náročný na výpočetní čas. Problémem může být i jednoznačnost řešení a silná korelace mezi některými určovanými elementy.

Z toho, co jsme si dosud pověděli, je ovšem již zřejmé, že pokud zákrytovou dvojhvězdu současně pozorujeme spektroskopicky jako dvojhvězdu spektroskopickou, můžeme kombinací obou řešení získat všechny základní fyzikální vlastnosti obou složek dvojhvězdy i celé soustavy: jejich hmotnosti, poloměry, relativní tok záření jednotlivých složek v jednotkách celkového toku soustavy v maximu jasnosti v efektivních vlnových délkách, ve kterých byla světelná křivka získána a přirozeně i parametry popisující dráhu a její orientaci v prostoru. Pokud získáme buď z barevných indexů jednotlivých složek nebo z modelování profilů spektrálních čar spolehlivý odhad efektivních teplot obou těles, můžeme určit i jejich zářivé výkony a zářivý výkon celé soustavy. Jeho porovnáním s pozorovanou zdánlivou jasností soustavy nám v principu rovněž dovolí určit velmi přesně vzdálenost soustavy od nás, jak jsme ukázali již v kapitole o fotometrických měřeních.

Zákrytové dvojhvězdy jsou proto zdrojem našich nejpřesnějších znalostí o hmotnostech, poloměrech a zářivých výkonech hvězd.

Rozvoj programů na řešení světelných křivek s pomocí minimalizačních metod začal s nástupem elektronických počítačů a za zmínku stojí, že jeden z prvních takových programů vytvořil již zesnulý brněnský astronom Dr. Tomáš Horák (Horák 1966, 1970).

3.9.1 Woodův program WINK

Program WINK (Wood 1971) je dalším z dosud používaných počítačových programů. Obě složky dvojhvězdy modeluje jako tříosé elipsoidy a je připraven i na modelování dvojhvězd ve výstředné dráze. Pracuje nejen s okrajovým ztemněním, ale i s gravitačním zjasněním a s reflexí.

3.9.2 Program WD Wilsona a Devinneyho

Dnes asi světově nejrozšířenější je výpočetní program amerických astronomů Dr. R.E. Wilsona a Dr. E.J. Devinneyho – viz např. Wilson a Devinney (1971) – který byl později dále rozvíjen i pro případ hvězd s diskem (Wilson 1974) i pro modelování dvojhvězd ve výstředné dráze, apsidální pohyb a simultanní řešení světelných křivek a křivek radiálních rychlostí (Wilson 1979, 1990, 1993) a Van Hamme a Wilson (2003). Program je založen na Rocheově geometrii a umožňuje i řešení světelných křivek elipsoidálních proměnných. V literatuře je označován nejčastěji jako WD program. Jde fakticky o dva samostatné programy, LC a DC. První počítá světelnou křivku, křivky radiálních rychlostí, čárová spektra a grafy pro zadané elementy, zatímco druhý řeší inverzní úlohu určení nejlepší sady elementů metodou diferenciálních korekcí při minimalizaci sumy čtverců odchylek. Současná verze programu dovoluje kromě základních elementů počítat i časové změny oběžné periody, změnu délky periastra v důsledku apsidálního pohybu a také modelování hvězdných skvrn na povrchu hvězd. Program automaticky určuje nulové body jednotlivých světelných křivek, bohužel ale zatím neumožňuje určování individuálních nulových bodů (γ rychlostí) pro RV data z různých spektrografů. K programu existuje i podrobný manuál.

Použití programu ale není úplně snadné a uživatel musí po každé iteraci znovu na klávesnici počítače napsat všechny konvergované údaje před započítáním další iterace.

Uživatelsky příjemné ovládání WD programu s grafickým rozhraním vytvořil po dohodě s Dr. Wilsonem slovinský astronom Andrej Prša. Postupně program zdokonaloval i z hlediska dobré konvergence a stále dodává i nové možnosti, které původní WD program neposkytuje. Program je pod názvem PHOEBE (PHysics Of Eclipsing Binaries) volně dostupný na webové stránce

<http://phoebe.fiz.uni-lj.si>

a Dr. Prša jej ve spolupráci s dalšími kolegyněmi a kolegy dále zdokonaluje. Na uvedené stránce je i webový odkaz na originální WD program R.E. Wilsona.

3.9.3 Program BINSYN A.P. Linnella and I. Hubeneho

Americký astronom A.P. Linnell vytvořil sadu navazujících programů, které dovolují pro zadané elementy spočítat syntetické světelné křivky dvojhvězdy až v 90 různých vlnových délkách - viz Linnell (1984). Soubor programů pracuje s tvarem hvězd ve formě potenciálu Rocheova modelu, je připraven i na modelování kontaktních dvojhvězd se společnou atmosférou a umožňuje počítání reflexe. Jeho pozoruhodnou vlastností

je, že každému bodu zvolené numerické sítě přiřazuje interpolací ve vlnové délce, fotosferické teplotě a tíhovém zrychlení vhodný model atmosféry, čímž se mj. řeší automaticky i okrajové ztemnění. Program je připraven na použití s různými modely atmosfér. Původní verze programu počítala pouze s dvojhvězdami v kruhové dráze. Linnell (1986) zobecnil program i na modelování hvězdných skvrn a jejich vlivu na světelné křivky.

Později navázal dr. Linnell spolupráci s astronomem českého původu dr. I. Hubeným. Vhodným spojením Linnellova souboru programů s Hubeného programy TLUSTY (modelování hvězdných atmosfér) a SYNSPEC (počítání syntetických spekter) vytvořili Linnell a Hubeny (1994) nástroj na modelování syntetických spekter dvojhvězd v libovolné oběžné fázi.

Linnell a Hubeny (1996) zobecnili ještě celou sadu programů o možnost modelovat i akreční disk kolem jedné ze složek dvojhvězdy a počítat jak vliv disku na světelnou křivku, tak i výsledné syntetické spektrum v různých oběžných fázích.

Při aplikaci na dvojhvězdu β Lyr Linnell (2002) doplnil program o možnost použít libovolné (třeba i tabulkově zadané) opticky tlusté disky včetně jednoduchého modelování absolutně černým tělesem.

Dr. Linnell svůj základní program doplnil i o možnost modelovat dvojhvězdy ve výstředné dráze a pro kruhovou dráhu vytvořil verzi dovolující elementy soustavy na základě pozorovaných světelných křivek konvergovat. Tato sada programu je zatím provozovatelná pouze v prostředí Windows a je na Astronomickém ústavu UK k dispozici i s manuálem k použití. Určité praktické zkušenosti s tímto programem má např. Mgr. Pavel Chadima.

Aplikace této sady programů při analýze konkrétních dvojhvězd lze nalézt mj. v pracích Linnell, Hubeny a Lacy (1996), Linnell, Hubeny a Harmanec (1998) či Linnell (2000, 2002).

3.9.4 Program FOTEL

U nás je k dispozici velmi dobrý program FOTEL (akronym pro FOTometrické ELeментy) (Hadrava 1990, 2004a), který byl v době svého vzniku mimořádně koncepčně pokročilý a umožňoval věci, které se v ostatních programech objevily až mnohem později. FOTEL totiž počítá geometrické elementy ze světelných křivek ve všech fotometrických pásmech současně, umožňuje i určení změn oběžné periody soustavy, změn amplitudy křivky radiálních rychlostí, výpočet rychlosti stáčení přímky apsid a výpočet řešení pro trojhvězdu. Program dává uživateli i možnost modelovat změny poloměrů složek v důsledku měnící se vzájemné přitažlivosti při pohybu ve značně výstředné dráze.

FOTEL dovoluje i řešení křivky radiálních rychlostí a současné řešení obou křivek. Roku 2004 doplnil dr. Hadrava program FOTEL i o možnost konvergovat současně i astrometrická data (polohový úhel a promítnutou úhlovou vzdálenost složek vizuální dvojhvězdy) a také ke zpřesnění periody a jejich časových změn využít i pozorování okamžiků minim u zákrytových proměnných. To vše má tu velkou výhodu, že kritické elementy jako je perioda a její změna, čas průchodu periastrum, výstřednost dráhy či délka periastra a její sekulární změna jsou určeny přesněji a konsistentně.

Program FOTEL v současné verzi není založen na geometrii Rocheova modelu (třebaže tento model je zčásti rozpracován v čistě syntetické verzi programu a je i popsán v teoretické úvodní části návodu k programu), ale na modelu tříosých elipsoidů podobně jako program WINK. V současnosti také pracuje pouze s lineárním okrajovým ztemněním. Minimalizace sumy čtverců se ve FOTELu provádí pomocí simplexové metody, použité i pro program KOREL popisovaný výše.

3.9.5 Některé další programy

V literatuře se lze setkat i s dalšími programy. Jsou to např. program Mochnackého a Doughtyho (1972) založený také na Rocheově geometrii a budovaný s cílem modelovat světelné křivky kontaktních soustav typu W UMa, program LIGHT2 (Hill 1979) či program EBOP (Etzel 1981).

Existují také programy na simultánní řešení spektroskopických a vizuálních drah – viz např. Morbey (1975), Pourbaix (1998) či Gudehusův program BINARY dovolující simultánní řešení astrometrických dat, dat ze skvrnkové interferometrie a křivek radiálních rychlostí – viz

<http://www.chara.gsu.edu-gudehus/binary.html> .

3.9.6 Na co je třeba při řešení dávat pozor

Závěrem několik praktických rad stran skutečných výpočtů s programy na řešení světelných křivek a křivek radiálních rychlostí.

1. Před samotným výpočtem je nezbytné, abychom určili dostatečně přesné vstupní hodnoty některých klíčových parametrů. Platí to především o oběžné periodě soustavy, ale také třeba o epoše průchodu periastrum a pokud dochází k sekulární změně periody, musíme odhadnout také její rychlost předem. *Programy na řešení světelných křivek či křivek radiálních rychlostí nelze použít k nalezení, ale pouze ke zpřesnění těchto veličin.* Periodu lze nalézt některou ze standardních metod hledání period. Změnu periody odhadneme tak, že pro časově odlehle a dostatečně bohaté soubory pozorovacích dat spočteme řešení s volnou konvergencí periody a epochy průchodu periastrum. Pokud se hodnoty takto určené periody pro oba soubory liší nad rámec spočtených chyb, odhadneme změnu periody jednoduše jako

$$\dot{P} \sim \frac{P(T_2) - P(T_1)}{T_2 - T_1}. \quad (130)$$

Podobně lze odhadnout i případný apsidální pohyb ze změny délky periastra mezi časově odlehlými daty.

2. Výpočet pro data, pro něž neznáme dostatečně přesné elementy předem, nikdy nezačínáme volnou konvergencí všech uvažovaných elementů. Hodnotu délky periastra lze hledat pokusně, ale znamená to, že musíme pro takové výpočty zafixovat nejen periodu a výstřednost dráhy, ale i poloviční amplitudu křivky radiálních rychlostí nebo poloměry složek. Přitom nevádí, zvolíme-li nějakou nenulovou - byť třeba značně nepřesnou - hodnotu výstřednosti oběžné dráhy. Teprve když získáme hodnoty průchodu periastrum a délky periastra, odpovídající správnému kvadrantu, je možno postupně uvolňovat konvergenci dalších elementů.
3. Častou začátečnickou chybou bývá i to, že omylem dovolíme programu konvergenci elementů, které se z daných dat nedají určit, např. poloviční amplitudy křivky radiálních rychlostí pro fotometrická data. Program v tom případě havaruje a skončí chybovým hlášením.
4. Zvláštní pozornost vyžaduje současné řešení světelné křivky a křivky radiálních rychlostí. Pokud jsou oba typy dat dostatečně početné a kvalitní, je vhodné po počátečním zkusmém výpočtu změnit vzájemné váhy fotometrických dat a radiálních rychlostí tak, aby každý typ dat přispíval zhruba k polovině celkové sumy čtverců odchylek a měl tak srovnatelný vliv na výsledek.

4 Vlastnosti a vývoj dvojhvězd

Viděli jsme, že dvojhvězdy se vyskytují v nejrůznějších kombinacích a že mnoho hvězd se vyskytuje ve dvojhvězdách. Je proto zřejmé, že řada jevů, které u hvězd různých typů pozorujeme, tak či onak s jejich podvojností souvisí.

4.1 Statistiky dvojhvězd

Přirozeně se vyšetřuje četnost výskytu různých parametrů dvojhvězd. Četnosti jsou samozřejmě velmi ovlivněny řadou výběrových efektů, neboť neexistují úplné soubory např. do určité vzdálenosti od Slunce, ani do určité zdánlivé velikosti. Pravděpodobnost objevu dvojhvězdy závisí na velmi mnoha okolnostech, např. stále se objevují dvojhvězdy i mezi velmi jasnými hvězdami. Nicméně některé četnosti jsou zajímavé: např. četnost různých period nebo různých poměrů hmotnosti. Studuje se třeba vztah mezi délkou periody a excentricitou.

4.2 Formy přenosu a ztráty hmoty ve dvojhvězdách

Teorie vývoje dvojhvězd je podrobně probírána v přednášce AST014. Zde si proto něco o možném vývoji dvojhvězd řekneme jen stručně. Ukazuje se, že každá hvězda během svého nukleárního vývoje prodělá nejprve dlouhé, velmi stabilní období, kdy v jejím nitru dochází k přeměně vodíku na helium a kdy se její vlastnosti a zářivý výkon v čase mění jen nesmírně pomalu. Podstatné ale je to, že poloměr hvězdy s časem dlouhodobě roste, a tento růst se po vyčerpání zásob vodíku v jádru prudce zrychlí. Pokud je taková hvězda složkou dvojhvězdy s kratší oběžnou periodou, nemůže růst jejího poloměru pokračovat neomezeně. Hvězda totiž v určitém okamžiku zaplní celou Rocheovu mez a další narůstání jejího poloměru nezbytně vede k přenosu hmoty směrem ke druhé složce. Výpočty ukázaly, že při takovém procesu předá hmotu ztrácející hvězda třeba i 80 % své původní hmotnosti své partnerce. Celý proces se odehrává na škále desetitisíců až statisíců let, má ovšem jasné pozorovací důsledky. Mezi hvězdami existuje plynný proud, který je Coriolisovou silou strháván ve směru oběžného pohybu, takže často nedopadá na druhou hvězdu přímo, ale obléhá ji a vytváří kolem ní akreční disk, který se může projevit ve spektru přítomností emisních čar a dodatečných absorpčních čar v průmětu na disk hvězdy. U zákrytových dvojhvězd můžeme v oběžných fázích před začátkem zákrytu hvězdy, ke které proud plynu směřuje, pozorovat i absorpční čáry z tohoto proudu promítnutého na hvězdu. Protože průmět vidíme ve chvílích, kdy se plyn pohybuje směrem od nás, jsou čáry vznikající v plynném proudu posunuty i o několik set km s^{-1} do červené části spektra. Velmi dobře lze takové čáry pozorovat např. u dvojhvězd U Cep či S Equ.

Výměna hmoty nemusí probíhat pouze formou zaplnění Rocheovy meze. Jak jsme se již zmínili v oddíle o klasifikaci dvojhvězd, může se stát, že hvězda je rotačně nestabilní a může v oblasti rovníku přivrácené ke druhé složce ztrácet hmotu i když je hluboko pod Rocheovou mezí. Zde je ovšem třeba dodat, že tento únik hmoty může vést k vytvoření disku kolem hvězdy, ale patrně jen k velmi slabému přenosu hmoty. Je totiž třeba si připomenout, že úniková rychlost je asi 1,4-krát vyšší než rychlost kritické rotace. Unikát směrem ke druhé složce tedy v zásadě může pouze to malé procento hmoty, které v důsledku maxwellovského rozdělení rychlostí v plynu dosáhne únikové rychlosti: K úniku hmoty směrem k druhé hvězdě může rovněž dojít, pokud výron hmoty trvá dostatečně dlouho a dojde k zaplnění klasické Rocheovy meze.

U horkých hvězd a u chladných hvězd s hlubokými podpovrchovými konvektivními zónami může docházet k úniku hmoty formou hvězdného větru. Tento režim přenosu hmoty se často uvažuje u optických složek rentgenovských dvojhvězd, které mají vysokou svítivost. Rocheova geometrie vede i v takových případech k určité fokusaci normálně sféricky symetrického větru. Ve dvojcích hvězd o vysoké svítivosti dochází k současnému úniku hmoty hvězdným větrem z obou složek a tyto dva proudy spolu vzájemně kolidují a mohou také vést ke vzniku pozorovatelných emisních čar. Protože hvězdný vítr může dosahovat snadno nadúnikové rychlosti, vede u hvězd a dvojhvězd i ke ztrátě hmoty z celého systému.

Teoretické argumenty vedou k domněnce, že u dvojhvězd s velmi krátkými oběžnými periodami může docházet k významnému gravitačnímu záření, které odnáší část energie ze soustavy a mělo by se proto projevit pozvolným zkracováním oběžné periody.

Obecně řečeno – mechanismy ztráty a přenosu hmoty ve dvojhvězdách nejsou ještě zdaleka vyčerpávajícím způsobem prozkoumány. K jejich úplnému pochopení bude třeba ještě mnoho teoretického i observačního úsilí. Je třeba si uvědomit, že celá věc je komplikována tím, že kromě ztráty hmoty dochází také ke ztrátě úhlového momentu a tedy k vývoji oběžné dráhy dvojhvězdy, což má na ztrátu hmoty zpětný vliv.

4.3 Dynamické jevy ve dvojhvězdách, cirkularizace a synchronizace

U dvojhvězd s kratšími periodami a s kruhovou oběžnou dráhou obvykle pozorujeme dokonalou synchronizaci mezi oběžnou úhlovou rychlostí a úhlovými rotačními rychlostmi obou složek dvojhvězdy. Tato situace, často nazývaná též vázaná rotace, se pozoruje rovněž pro složky dvojhvězdy, které vyplňují Rocheovu mez. Pro obvodovou rotační rychlost platí zřejmě

$$v_S = \frac{2\pi R}{P} \quad (131)$$

a pokud ji budeme udávat v km s^{-1} , periodu P ve dnech a poloměr hvězdy R ve slunečních poloměrech, dostaneme užitečný pracovní vztah

$$v_S = 50,633 \frac{R}{P}. \quad (132)$$

Jestliže je dráha dvojhvězdy výstředná, mění se přirozeně úhlová oběžná rychlost. Největší je při průchodu periastrum, kdy je také vzájemné slapové působení složek největší. Jak na příkladu dobře pozorovaných dvojhvězd se spolehlivě určenými vlastnostmi ukázal Harmanec (1988), dochází u mnoha takových dvojhvězd k synchronizaci úhlových rotačních rychlostí složek s úhlovou oběžnou rychlostí právě v periastru. Obvodovou rotační rychlost odpovídající synchronizaci v periastru lze spočítat ze vztahu

$$v_{PS} \sin i = \frac{(1+e)^2}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} v_S \sin i. \quad (133)$$

U některých dvojhvězd s hodně výstřednými drahami lépe vyhovuje pseudosynchronizace podle vztahu, který odvodil Hut (1981) a který vede na úhlové rychlosti odpovídající asi 80 % oběžné úhlové rychlosti v periastru.

Existují teoretické studie Zahna a Tassoula, ukazující, že zmíněné efekty vedou dlouhodobě k postupné cirkularizaci oběžné dráhy a k dosažení stavu vázané rotace.

U dvojhvězd s kratšími periodami, které se dosud pohybují ve výstředných drahách, vede periodická proměnnost úhlové rotace také k dalšímu jevu: ke stáčení přímký apsid ve směru oběžného pohybu. Rychlost stáčení souvisí s vnitřní strukturou hvězd a jeví se proto využit k testování modelů vnitřní stavby hvězd.

Dá se rovněž očekávat, že periodicky proměnné gravitační pole, kterým působí jedna složka dvojhvězdy ve výstředné dráze na druhou může vyvolat vynucené oscilace atmosféry. Několik skupin zabývajících se studiem dvojhvězd začalo hledat důkazy takových vynucených kmitů systematicky. Je zajímavé, že u několika dvojhvězd s mírně výstřednými drahami jako je např. Spica se zdá, že úhlová rotační rychlost složek je právě dvojnásobkem úhlové rychlosti oběhu, takže ve hře mohou být i efekty dráhových resonancí.

Na okraj poznamenejme, že přenos hmoty vede i ke vzniku některých méně obvyklých struktur, např. bipolárních výtrysků, kolmých na oběžnou rovinu či „horkých skvrn“ v místě interakce proudu plynu s diskem. Horké skvrny jsou typické pro kataklysmické proměnné, bipolární výtrysky byly nalezeny pro anomální hmotnou rentgenovskou dvojhvězdu SS 433, pro několik symbiotických hvězd jako CH Cyg a poměrně nedávno také pro systém β Lyr.

K vzájemnému ovlivnění složek dvojhvězdy dochází i při jejich značné vzdálenosti. Tvary složek jsou ovlivněny vzájemnou gravitací – slapovými silami; ty vedou systém do rovnovážného stavu, kdy je dosažena cirkularizace dráhy, synchronizace rotace složek (perioda rotace každé složky je rovna oběžné periodě) a koplanarizace (roviny rovníku obou složek splývají s rovinou dráhy). Udávají se doby, potřebné k dosažení $1/e$ -tiny (zde $e = 2.71828\dots$) původního stavu. Řekněme už nyní, že doba cirkularizace je zpravidla o dva či více řádů delší než obě zbývající doby. I když slapové působení počítal už Darwin (1879), až dosud nepanuje shoda, pokud jde o detaily procesu. Dvě konkurující si teorie vedou k řádovým rozdílům v odhadech zmíněných dob.

Není-li rotační perioda shodná s oběžnou, pak je slapové vzduť odchýleno od spojnice středů složek, a vyvolává torsní složku v přitažlivosti obou hvězd. Tato vazba vede k výměně mezi rotačním a orbitálním momentem. Současně dochází k disipaci energie ve slapech, což snižuje celkovou energii rotace a dráhy. Výsledkem je asymptotické přibližování k rovnovážnému stavu, nebo zrychlený spirálovitý pohyb vedoucí ke kolapsu obou hvězd.

Detailní popis procesu může být komplikovaný vzhledem k možnosti, že složky budou oscilovat. Zavádí se tzv. model slabého tření, kdy se oscilace neuvažují, a předpokládá se, že odchylka mezi vzduťm a spojnicí hvězd je úměrná rozdílu rotační a oběžné úhlové frekvence $\Omega - n$. To dobře vyhovuje pro viskózní disipaci (k té ale ve hvězdné hmotě nedochází) a přibližně i pro turbulentní disipaci v konvektivních vrstvách méně hmotných hvězd.

V dalším odvozování se jedna z hvězd pokládá za hmotný bod, tj. slapy jsou jen na jedné složce – což je v pořádku, je-li jedna složka kompaktním objektem; není-li, pak se složky prohodí a výsledný efekt je aditivní. V úvaze je důležitý poměr orbitálního a rotačního momentu

$$\alpha = h_0/I\Omega_0 = \frac{q}{1+q} \frac{1}{r_g^2} \left(\frac{a_0}{R}\right)^2; \quad (134)$$

q je poměr hmotností M_2/M_1 , a je hlavní poloosa a hodnoty s indexem 0 platí pro rovnovážný stav. Celkový

úhlový moment se při slapovém vývoji zachovává, a je

$$L = I\Omega + h = MR^2r_g^2\Omega + G^{1/2}Mm(M+m)^{-1/2}a^{1/2}(1-e)^{1/2}. \quad (135)$$

Zde je r_g tzv. gyrační poloměr, definovaný vztahem $I = M(r_g R)^2$, kde I je moment setrvačnosti primární složky. (Podobně jako k_2 , závisí r_g na rozdělení hustoty ve hvězdě a bývá uveden v tabulkách hvězdných modelů.)

Ukazuje se, že chování dvojhvězdy závisí na velikosti α . Rovnovážný stav může být dosažen jen při $\alpha > 3$, a nastávají tři případy:

1. $0 < \alpha - 3 \ll 1$: systém je na hranici stability, výstřednost a sklon rovníku jdou rychle k nule, synchronizace a změna hlavní poloosy probíhají dlouho;
2. $4 \leq \alpha \leq 10$: i zde je rotační úhlový moment ještě srovnatelný s dráhovým momentem (sekundární složka je buď málo hmotná, nebo obíhá těsně u povrchu primáru), a všechny parametry se mění zhruba stejně rychle;
3. $\alpha \gg 7$: dráhový moment je podstatně větší než rotační; sklon mizí a rotace se synchronizuje stejně rychle, výstřednost se ale zmenšuje jen pomalu (rotace se synchronizuje s úhlovou rychlostí v periastru).

Jak už bylo naznačeno, u hvězd s konvektivní (nutně turbulentní) vrstvou – což jsou hvězdy typu F a pozdější – je o proces vedoucí k efektivnímu působení slapů postaráno. Jak je to ale u hvězd ranějších? Tam Zahn (1977) zavádí radiační tlumení. Ukazuje se ale, že to je proces málo efektivní, zejména vadí jeho malá účinnost u vzdálenějších složek, neboť působí úměrně r^8 . Tassoul & Tassoul(ová) (1992) se domnívají, že ve složkách dvojhvězdy existují meridionální proudy, jejichž turbulence znamená, že působení je úměrné $r^{6.125}$ a lze tak vysvětlit cirkularizaci i méně těsných dvojhvězdy než při radiačním tlumení. Jejich vzorec pro cirkularizační dobu platí obecně, hodnota N je dána vlastnostmi struktury hvězdy: $N = 10$ u méně hmotných hvězd, $N = 4$ u raných hvězd.

Je jistě zajímavé zjistit, jak rychle synchronizace a cirkularizace mohou probíhat. Viskosita plynu je nepatrná a samotná by vedla k dobám řádu 10^{12-13} let. Tassoul uvádí vzorce pro synchronizaci a cirkularizaci:

$$t_{\text{syn}}(\text{roků}) = \frac{14.4 \times 10^{-N/4}}{q(1+q)^{3/8}} \left(\frac{L_{\odot}}{L}\right)^{1/4} \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right)^{1/8} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{9/8} \left(\frac{d}{R}\right)^{33/8}, \quad (136)$$

nebo, podle 3. Keplerova zákona,

$$t_{\text{syn}}(\text{roků}) = 5.35 \times 10^{3-N/4} \frac{1+q}{q} \left(\frac{L_{\odot}}{L}\right)^{1/4} \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{5/4} \left(\frac{R_{\odot}}{R}\right)^3 (P_0[\text{dní}])^{11/4}. \quad (137)$$

Odpovídající čas pro cirkularizaci je

$$t_{\text{cir}}(\text{roků}) = \frac{14.4 \times 10^{-N/4}}{r_g^2(1+q)^{11/8}} \left(\frac{L_{\odot}}{L}\right)^{1/4} \left(\frac{M_{\odot}}{M}\right)^{1/8} \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{9/8} \left(\frac{d}{R}\right)^{49/8} \quad (138)$$

nebo

$$t_{\text{cir}}(\text{roků}) = 9.4 \times 10^{4-N/4} \frac{(1+q)^{2/3}}{r_g^2} \left(\frac{L_\odot}{L}\right)^{1/4} \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{23/12} \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^5 (P_0[\text{dní}])^{49/12}. \quad (139)$$

Faktor 10^N je poměr makroskopické a mikroskopické viskosity. Při cirkularizaci dochází též ke zmenšení hlavní poloosy.

Je třeba říci, že u hmotnějších hvězd musí cirkularizace probíhat hlavně během života hvězdy na hlavní posloupnosti; po jejím opuštění rychle klesá r_g , a i čas, který má hvězda k dispozici jako obr či veleobr, je krátký. Zřejmě ovšem dochází k cirkularizaci, a to rychlé, též během přenosu hmoty.

Existence nekruhových drah tedy svědčí o rychlosti (resp. pomalosti) slapového vlivu. Pozorují se i zvláštní případy. Např. dvě složky sobě velmi podobné mají rozdílné rotační rychlosti nebo mají obě složky rotační periody, které jsou celočíselným zlomkem periody oběžné (např. α Vir nebo V436 Per).

5 Dvojhvězdy s komplikacemi

Spolehlivé určení základních fyzikálních vlastností dvojhvězdy a jejích složek se stává problémem ve chvíli, kdy je v soustavě přítomna cirkumstelární hmota. Jak křivky radiálních rychlostí, tak světelné křivky jsou v takových situacích několika vzájemně souvisejícími vlivy deformovány a neodpovídají čistému dráhovému pohybu. Pokud se nám nezdaří podobná zkusení správně identifikovat a vhodně korigovat, mohou formální řešení světelné křivky a křivky radiálních rychlostí vést k určení zcela nesprávných charakteristik soustavy.

Pokusme se nyní probrat některé typické případy takových vlivů.

5.1 Falešná výstřednost dráhy z křivek radiálních rychlostí

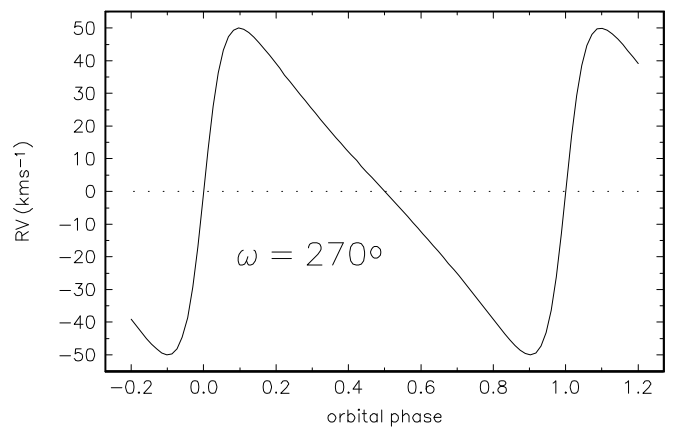
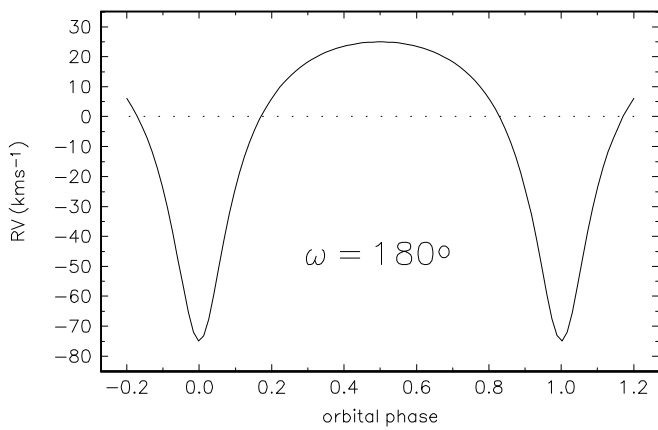
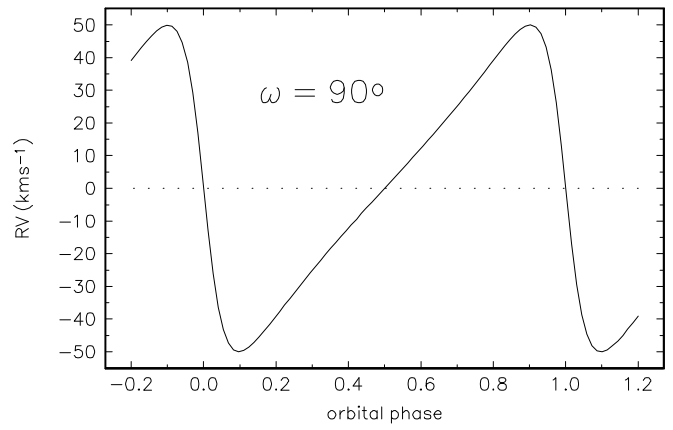
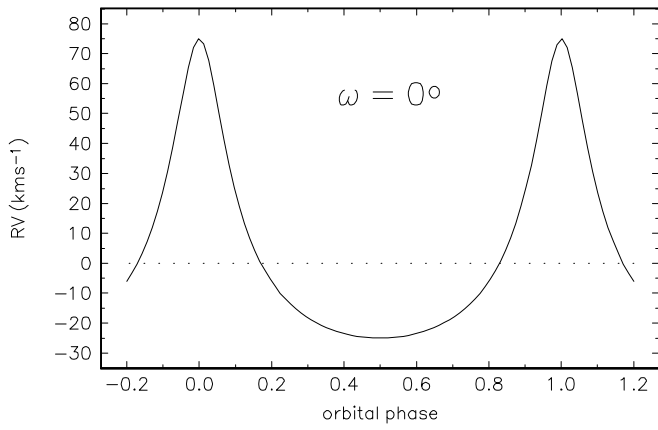
Některé typické struktury v mezihvězdné hmotě ve dvojhvězdě mohou způsobovat charakteristická zkusení křivky radiální rychlosti, pravidelně se opakující s fází oběžné periody.

Abychom podobným jevům dobře porozuměli, je užitečné si nejprve uvědomit, jak vypadají křivky radiálních rychlostí pro čtyři typické orientace výstředné dráhy vůči pozorovateli. Na obrázku 9 jsou znázorněny křivky radiálních rychlostí pro čtyři různé hodnoty délky periastra ω . Jak vidíme, křivky pro ω 0° a 180° mají úzké extrémy kolem fáze maxima resp. minima radiální rychlosti. Naproti tomu křivky radiálních rychlostí pro ω rovné 90° resp. 270° mají jednu strmou a jednu povlnou větev při přechodu od maxima do minima a zpět a vyznačují se tím, že části křivky nad a pod γ rychlostí jsou zrcadlově symetrické. Všechny tyto skutečnosti je užitečné si uvědomit, máme-li porozumět různým možným typům zkusení křivek radiálních rychlostí, které se vyskytují.

Zkusme pro názornost předpokládat, že uvažovaná dvojhvězda má kruhovou dráhu. Tak tomu také v případě interagujících dvojhvězd v mnoha případech bývá.

5.1.1 Barrův jev

Partně nejlépe a nejdéle známý případ zkusení křivky radiálních rychlostí je Barrův (1908) jev. Barr upozornil jako první, že se pozoruje mnohem více dvojhvězd s hodnotami ω mezi 0° a 120° než dvojhvězd



Obrázek 9: Křivky radiálních rychlostí dvojhvězdy ve výstředné dráze ($e=0.5$, $\gamma=0$) odpovídající čtyřem konkrétním hodnotám délky periastra ω .

s hodnotami ω mimo tento interval. Barr vyjádřil názor, že je krajně nepravděpodobné, že by existovala skutečná privilegovaná orientace výstředných drah v prostoru a navrhnul zkusmo dvě možná vysvětlení. Buď jsou spektrální čáry hvězd periodicky vychylovány ze svých normálních poloh vlivem *mimořádných výchylek v tlaku či teplotě ve hvězdných fotosférách či okolních atmosférách* nebo jsou disky pozorovaných hvězd nerovnoměrně jasné. Jeho práce byla publikována s pochybovačnými komentáři tehdejších významných astronomů W.F. Kinga a J.S. Plasketta, nicméně další výzkum ukázal, že Barr měl v zásadě pravdu i přesto, že některé objekty z jeho statistického souboru byly později ze spektroskopických dvojhvězd překlasiřikovány na pulsující hvězdy. Dnes je obecně přijímáno vysvětlení, které jako první vyslovil Struve (1944): protažení křivky radiálních rychlostí v blízkosti maxima je způsobeno dodatečnou absorpcí v plynovém proudu mezi složkami, který se v těch oběžných fázích promítá na disk hmotu přijímající hvězdy. Vzniklé zkreslení skutečné křivky radiálních rychlostí dvojhvězdy v kruhové dráze pak připomíná křivku výstředné dráhy pro hodnoty ω v blízkosti 0° . Jak je schematicky ukázáno v obrázku 10, průmět plynového proudu na disk hvězdy nastává někde mezi elongací, při které se hmotu přijímající složka od nás vzdaluje a mezi konjunkcí (směr A v obrázku). Protože plyn se v té chvíli pohybuje směrem od pozorovatele, jeho radiální rychlost zvyšuje pozorovanou radiální rychlost a tím právě vzniká protažení křivky v blízkosti maximální rychlosti. Charakter celého jevu přirozeně závisí i na sklonu dráhy. Pro dvojhvězdy, které nejsou zákrytové, se dá největší efekt očekávat v okolí elongace, kde je plynový proud hvězdě nejbliže a aspoň zčásti se na její disk může promítat.

Struveho vysvětlení je bezesporu správné u zákrytových dvojhvězd ve stadiu výměny hmoty jako je např. U Cep. Méně jasná je situace u nezákrytových soustav, kde zkreslení křivky radiálních rychlostí často představuje pouze několik málo km s^{-1} . Musíme se ptát proč, jestliže typické rychlosti plynového proudu se pohybují v řádu stovek km s^{-1} .

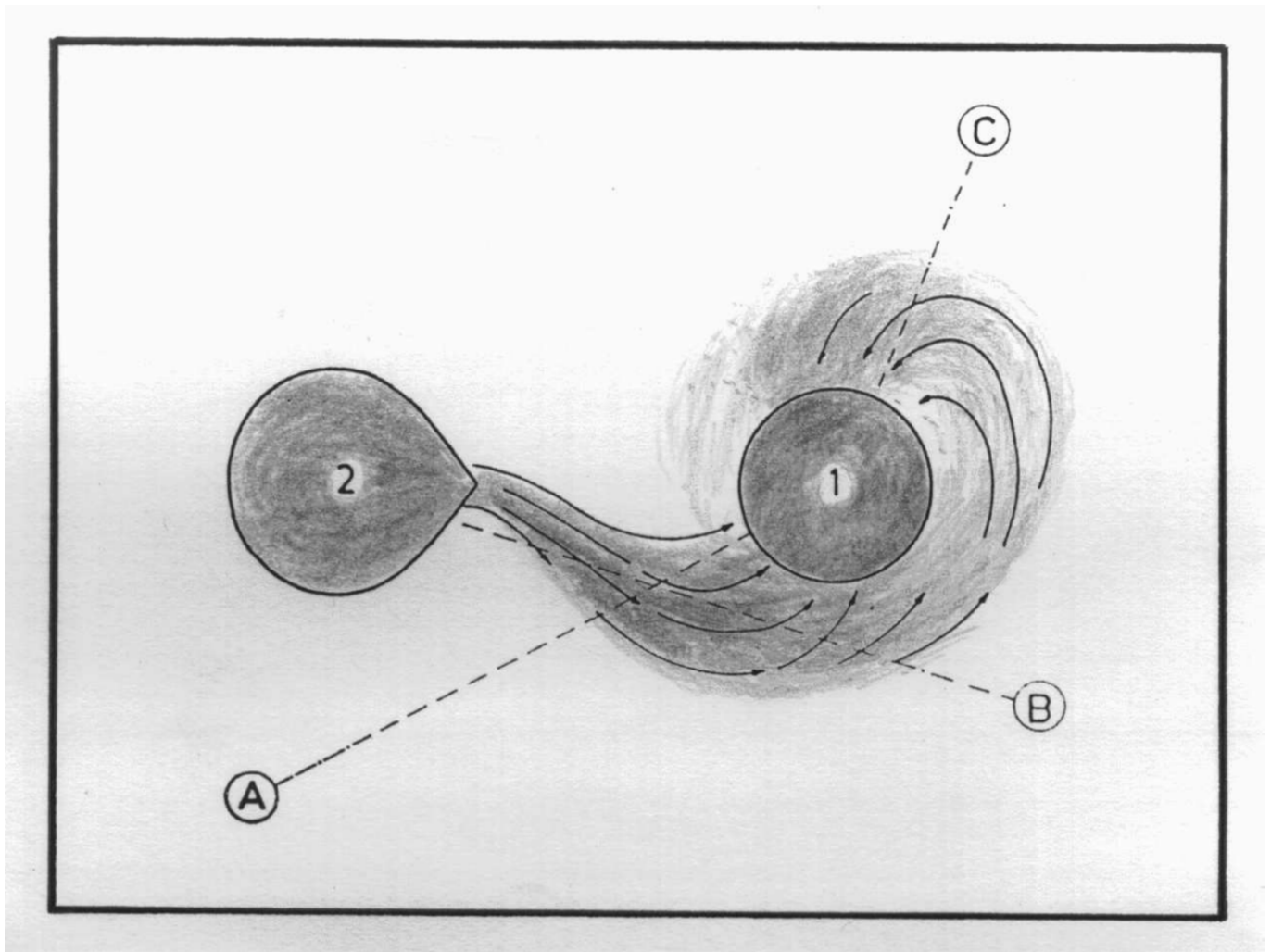
Kříž a Harmanec (1975) upozornili na přítomnost sekundárního maxima na křivkách radiálních rychlostí řady dvojhvězd vykazujících Barrův jev a navrhli i možné vysvětlení: Jedná se o průmět stejného plynového proudu na disk hmotu přijímající složky dvojhvězdy, ale až poté, kdy plyn oblétné hvězdu a vrací se zpět směrem k původnímu proudu mezi složkami, přičemž jeho rychlost značně poklesla. Na obr. 10 tomu odpovídá pohled podél směru C.

5.1.2 Alternativní Barrův jev

Kříž a Harmanec (1975) také přišli s názorem, že u dvojhvězd ve stadiu výměny hmoty, u kterých je *hmotu ztrácející* složka jasnějším objektem v soustavě, musí docházet k průmětu plynového proudu mezi složkami na tuto hmotu ztrácející hvězdu podél směru B v obrázku 10. Podle Kříže a Harmance (1975) to musí vést na křivky radiálních rychlostí s falešnou výstředností a hodnotami ω mezi 180° a 220° . Harmanec (2003) podobnou situaci numericky modeloval a došel k názoru, že uvažovaný jev ve skutečnosti vede na zdánlivě výstřednou dráhu s délkou periastra kolem 140° .

5.1.3 Vliv slapové deformace tvaru hvězd

Už Sterne (1941) upozornil na to, že rozdíl mezi optickým těžištěm a skutečným těžištěm slapově deformované složky dvojhvězdy může vést na křivku radiálních rychlostí se zdánlivou výstředností a hodnotami ω v blízkosti buď 90° nebo 270° .



Obrázek 10: Schematický obrázek dvojhvězdy s plynovým proudem mezi složkami a akrečním diskem.

Harmanec (2001) zobecnil tento postřeh a dokazoval, že *jakékoliv zkreslení* křivky radiálních rychlostí, které působí *symetricky vzhledem ke spojnici obou hvězd*, musí vést na křivky se zdánlivou výstředností a ω v blízkosti buď 90° nebo 270° . Je to dáno charakterem křivek radiálních rychlostí pro tyto dvě konkrétní hodnoty délky periastra – viz obr. 9. Dobrým příkladem takového vlivu je fokusovaný hvězdný vítr u horkých dvojhvězd, které téměř vyplňují Rocheovu mez.

5.2 Nesprávně určená amplituda křivky radiálních rychlostí

Jiným možným důsledkem přítomnosti okolohvězdné hmoty ve dvojhvězdě může být nesprávně určená amplituda křivky radiálních rychlostí složky, která je takovou hmotou obklopena.

Může to být způsobeno několika různými vlivy.

5.2.1 Vliv průmětu plynového proudu

Vliv, který je nasnadě, souvisí přímo s Barrovým jevem a s ním souvisejícími efekty, které jsme probírali výše. Jevy zdánlivé výstřednosti dráhy přirozeně zvětšují skutečnou amplitudu křivek radiální rychlosti. Pokud se nám podobný jev podaří správně rozpoznat, je možno se mu vyhnout tím, že na spektrech o dobrém spektrálním rozlišení budeme radiální rychlost měřit na vnějších křídlech spektrálních čar. Jednoduchým řešením také je vynechat při řešení křivky radiálních rychlostí data z intervalu fází, kde k projekci plynového proudu na disk hvězdy dochází. Tento postup úspěšně aplikovali např. Hill a kol. (1997).

V případech, kdy je křivka radiálních rychlostí příliš deformována okolohvězdnou hmotou a její spolehlivé určení je prakticky nemožné, lze *pro polodotykové zákrytové soustavy* využít jiný postup. Můžeme totiž dosti spolehlivě předpokládat, že složka zaplňující Rocheovu mez má vázanou rotaci, tj. rotační periodu rovnou oběžné periodě. Je-li tomu tak, je možné vyjít z rotační periody určené z rotačního rozšíření spektrálních čar složky zaplňující Rocheovu mez a z odhadu sklonu oběžné dráhy z řešení světelné křivky a určit poloměr této hvězdy (říkejme ji složka 2) v absolutních jednotkách podle vztahu

$$R_2^{\text{Roche}} = R_2 = \frac{0,01975 \cdot P \cdot V_2 \sin i}{\sin i} \quad (140)$$

který přímo plyne ze vztahu (132). Poloměr je v jednotkách poloměru Slunce, perioda ve dnech a rotační rychlost v km s^{-1} . Křivka radiálních rychlostí hvězdy zaplňující Rocheovu mez bývá zpravidla dobře definována a bez komplikací. Pomocí ní lze tedy spočítat funkci hmoty – viz vztah (36).

Nyní postupujeme iteračně. Zvolíme zkusmo nějakou rozumnou hodnotu hmotnosti složky zaplňující Rocheovu mez. Z funkce hmoty (33) k ní pak lze pro dané $M_2 \sin^3 i$ iteračně určit hmotový poměr $q = M_1/M_2$ a z něj přirozeně i hmotnost druhé složky dvojhvězdy $M_1 = q \cdot M_2$. Z třetího Keplerova zákona (2) poté dostaneme vzdálenost složek a . Relativní poloměr Rocheovy meze v souřadnici kolmé na spojnici složek (což odpovídá geometrii při zákrytech) je funkcí pouze hmotového poměru a z definičních rovnic Rocheova modelu jej můžeme snadno získat např. iteračním postupem, který popsal Harmanec (1990):

Pokud vzdálenosti udáváme v jednotkách vzdáleností středů složek dvojhvězdy a volíme souřadnou soustavu rotující s dvojhvězdou tak, že počátek souřadnic je v centru složky 1 a osa X míří od složky 1 ke složce 2, lze souřadnice Lagrangeova bodu L_1 zapsat ve tvaru $(x_1, 0, 0)$, kde hodnota x_1 je jedním z řešení

rovnice

$$x^{-2} - x + m(1 - x - (1 - x)^{-2}) = 0. \quad (141)$$

V této rovnici $m = 1/q = M_2/M_1$ označuje obrácený poměr hmotností. Uvedenou rovnici lze řešit iteračně, např. Newtonovou metodou, s tím, že jako počáteční hodnotu zvolíme $x_1 = 0,5$, což zaručí, že pro libovolný hmotový poměr bude postup konvergovat k řešení pro bod L_1 .

Jakmile známe x_1 , můžeme vypočítat souřadnice (x_{12}, y_{12}) bodu, který definuje největší rozměr Rocheovy meze v y -souřadnici v rovině XY , z podmínky nulové derivace průmětu kritické plochy Rocheova modelu podle x :

$$\begin{aligned} \alpha d_1^{-1} + \beta(d_2^{-1} - x) + d_1^2 &= \gamma, \\ x(2 - \alpha d_1^{-3} - \beta d_2^{-3}) &= \beta(1 - d_2^{-3}), \end{aligned} \quad (142)$$

kde

$$d_1 = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}, \quad d_2 = ((1 - x)^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (143)$$

$$\alpha = 2(1 + m)^{-1}, \quad \beta = \alpha \cdot m, \quad (144)$$

$$\gamma = \alpha \cdot x_1^{-1} + \beta((1 - x_1)^{-1} - x_1) + x_1^2. \quad (145)$$

Pro hvězdy zaplňující Rocheovu mez odpovídá relativnímu fotometrickému poloměru r_2 určenému z řešení světelné křivky právě hodnota y_{12} . Pro úplnost dodejme, že řešením rovnic (142) pro hmotový poměr q můžeme zjistit i y -ový rozměr Rocheovy meze kolem složky 1 výpočtem souřadnic bodu (x_{11}, y_{11}) .

Rovnice (142) lze snadno řešit pro libovolný hmotový poměr iteračně. Vyjdeme z počátečních hodnot $x = 1,01$ a $d_1 = 1,05$ a postupně počítáme

$$d_2 = \beta(\gamma + \beta x - \alpha d_1^{-1} - d_1^2)^{-1}, \quad (146)$$

$$y = (|d_2^2 - (1 - x)^2|)^{\frac{1}{2}}, \quad (147)$$

$$d_1 = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{a} \quad (148)$$

$$x = \beta(1 - d_2^{-3})(2 - \alpha d_1^{-3} - \beta d_2^{-3})^{-1}. \quad (149)$$

Pokud se následující iteračně určená hodnota $(|y_n - y_{n-1}|/y_n)$ liší od předchozí o více než požadovaný počet platných cifer, opakujeme další iteraci s novými hodnotami x a d_1 .

Dodejme ještě, že pokud potřebujeme jen přibližný odhad, můžeme místo uvedeného výpočtu zjistit potřebnou hodnotu y_{12} interpolací v tabulkách Rocheova modelu, které publikovali Plavec a Kratochvíl (1964).

Nyní již můžeme porovnat absolutní poloměr Rocheovy meze

$$R_2^{\text{Roche}} = a \cdot y_{12}, \quad (150)$$

který jsme dostali pro zkusmo zvolenou hodnotu hmotnosti M_2 s poloměrem určeným z pozorování pomocí vztahu (140) a pokud se neshodují, můžeme celý postup opakovat pro jinou hodnotu M_2 , až se metodou pokusů a omylů ke shodě propracujeme.

Tento postup použili např. Andersen a kol. (1988, 1989) k určení fyzikálních vlastností dvojhvězd SX Cas a RX Cas a Harmanec (1990) k odhadu správného hmotového poměru dvojhvězdy β Lyr.

5.2.2 Chybná amplituda křivky radiálních rychlostí v důsledku fázově vázaných V/R změn dvojitých emisních čar z disku kolem jedné ze složek

Z pozorování více dvojhvězd s emisními čarami je známo, že dvojitě emise vznikající v disku kolem jedné ze složek dvojhvězdy vykazují fázově vázané změny V/R (violet to red) poměru intenzit obou vrcholů, a to jak pro čáry vodíku Balmerovy serie, tak i pro čáry jiných iontů. Tyto změny jsou prakticky ve fázi s křivkou radiálních rychlostí, tj. poměr V/R je největší v okamžiku maxima radiální rychlosti a opačně, jak bylo zjištěno např. v pracích Peters(ové) (1972), Harmance a kol. (1976), Doazan(ové) a kol. (1982) nebo Harmance a kol. (2002).

Jak nedávno ukázali Harmanec a kol. (2002), přítomnost slabé a prakticky neznamenné emise ve zdánlivě fotosferických absorpčních čarách He I může v kombinaci s právě popsanými fázově vázanými V/R změnami vést k *nadhodnocení* skutečné amplitudy křivky radiálních rychlostí určené z těchto čar. Celý jev je schematicky znázorněn na obrázku 11: V maximu radiální rychlosti je $V/R > 1$, takže modré křídlo zdánlivě čistě absorpční čáry je zčásti zaplněno emisí a střed čáry je tím posunut směrem k červené části spektra. Měřením této čáry proto dostaneme radiální rychlost, která bude *větší* než skutečná rychlost dráhového pohybu. Právě opačná situace nastane v minimu radiální rychlosti, kdy je $V/R < 1$.

Možné řešení tohoto problému bylo navrženo a zkusmo použito Božicem a kol. (1995) při studiu dvojhvězdy φ Per = HD 10516, a Harmancem a kol. (2000, 2002), kteří studovali γ Cas = HD 5394 a V832 Cyg = HD 200120.

Úvaha je následující: Je velmi pravděpodobné, že rotační rychlost jakéhokoliv reálného plynového disku obklopujícího hvězdu klesá s rostoucí vzdáleností od hvězdy. Vzhledem k tomu, že ekvipotenciální plochy Rocheova modelu jsou více sférické v blízkosti hvězdy, lze očekávat, že vnitřní části disku budou s dostatečnou přesností osově symetrické a budou popisovat správně dráhový pohyb složky, kterou disk obklopuje. Vzhledem k předpokládanému rozložení rychlostí v disku se dráhový pohyb vnitřních částí disku projeví na vnějších křídlech emisní čáry, zatímco možné asymetrie vnějších částí disku se projeví v blízkosti středu emisních čar, např. již zmiňovanými změnami poměru V/R .

Z toho tedy vyplývá, že měření radiální rychlosti na strmých vnějších křídlech silné emisní čáry jako je $H\alpha$ by mělo dát křivku radiální rychlosti, která dobře popisuje dráhový pohyb emisní složky dvojhvězdy.

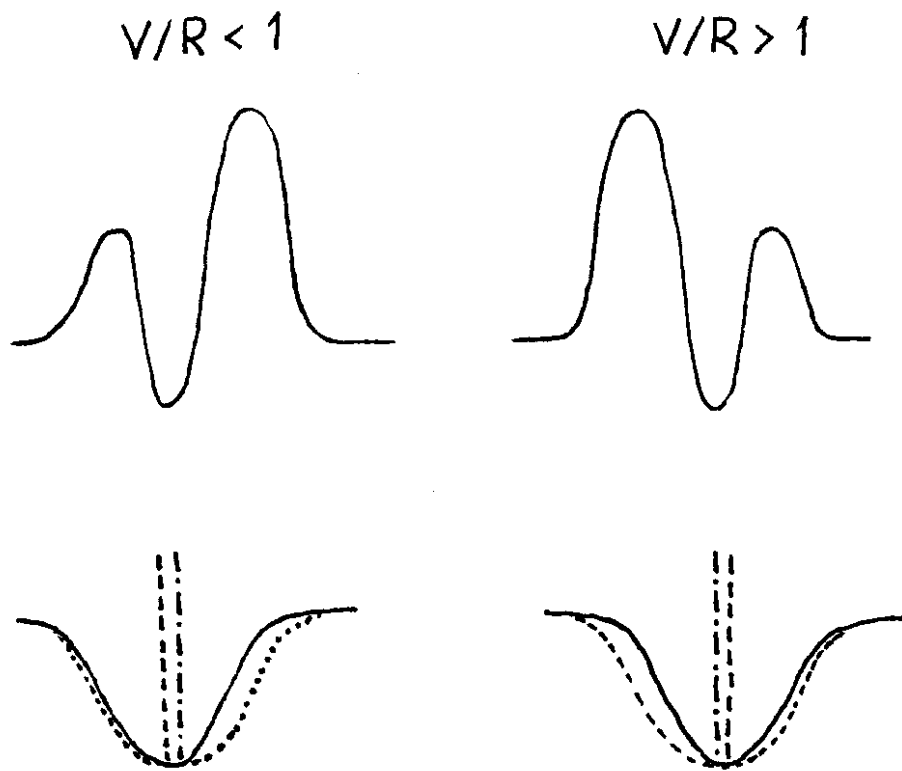
Božic a kol. (1995) and Harmanec a kol. (2000, 2002) skutečně zjistili, že měření radiálních rychlostí na strmých vnějších křídlech $H\alpha$ emise dává dobře definovanou křivku s malým rozptylem a s amplitudou menší, než odpovídající křivka založená na zdánlivě absorpčních čarách.

Harmanec (2000) shromáždil údaje o všech emisních dvojhvězdách, pro něž se podobná měření podařilo provést. Přehled, převzatý z jeho práce, je v tabulce 1.

Ohledně je vidět, že – s výjimkou velmi nejistého případu V1931 Cyg – jsou amplitudy křivek radiálních rychlostí založené na měření křídel emisních čar vždy menší, než amplitudy odpovídajících křivek pro čáry absorpční. To tedy patrně potvrzuje, že výše zmíněný jev u emisních dvojhvězd skutečně nastává, ať už je příčina fázově vázaných V/R změn jakákoliv.

5.2.3 Chybné amplitudy křivek radiálních rychlostí způsobené nízkou rozlišovací schopností nebo blendováním čar

Zhoršená rozlišovací schopnost pro slabší objekty a silné blendování čar složek dvojhvězd s rychle rotujícími složkami a podobnými spektrálními typy jsou jevy, se kterými se lze setkat poměrně často, a to i v případech,



Obrázek 11: Schematická ilustrace vlivu fázově vázaných V/R změn dvojitéch emisních čar na měřenou radiální rychlost zdánlivě absorpčních čar neutrálního helia He I: Horní panely obrázku ukazují, jak vypadá emisní profil Balmerových čar vodíku ve dvou elongacích dvojhvězdy, zatímco spodní panely znázorňují téměř neznatelné ovlivnění zdánlivě čistě absorpčních čar He I. Vzhledem k tomu, že fázově vázané V/R změny nastávají ve fázi s křivkou radiálních rychlostí, je dlouhovlnné křídlo He I absorpce více zaplněno emisí ve chvíli, kdy $V/R < 1$ a naopak. Výsledný pozorovaný profil He I čáry (plná čára), který se stále jeví jako absorpční čára, je posunut jako celek směrem do krátkovlnné části spektra (tj. k zápornější radiální rychlosti vůči laboratorní poloze) ve chvíli, kdy je $V/R < 1$ a křivka radiálních rychlostí dosahuje minima, a do dlouhovlnné oblasti spektra, když je $V/R > 1$. To ve svém důsledku *zvětšuje* měřenou amplitudu křivky radiálních rychlostí.

Tabulka 1: Srovnání polovičních amplitud křivek radiálních rychlostí několika dvojhvězd s emisními čarami z měření na emisních křídlech vodíkových čar Balmerovy serie a z měření na křídlech absorpčních čar.

Dvojhvězda	HD	$P_{\text{orb.}}$ (d)	$K_{\text{emis.}}$ (km s^{-1})	$K_{\text{abs.}}$ (km s^{-1})	Zdroj
γ Cas	5394	203 ^d 6	4.7	7.0	Harmanec a kol. (2000)
φ Per	10516	126 ^d 7	10.4	21.0	Božić a kol. (1995)
κ Dra	109387	61 ^d 6	2.3	6.8	Juza a kol. (1991)
V839 Her	142926	46 ^d 2	4.8	8.0	Koubský a kol. (1997)
V832 Cyg	200120	28 ^d 2	13.0	27.2	Rivinius and Štefl (2000), Harmanec a kol. (2002)
V1931 Cyg	200310	146 ^d 6	10.8	8.4 \pm 5.3	Koubský a kol. (2000)

kdy v soustavě není přítomna cirkumstelární hmota.

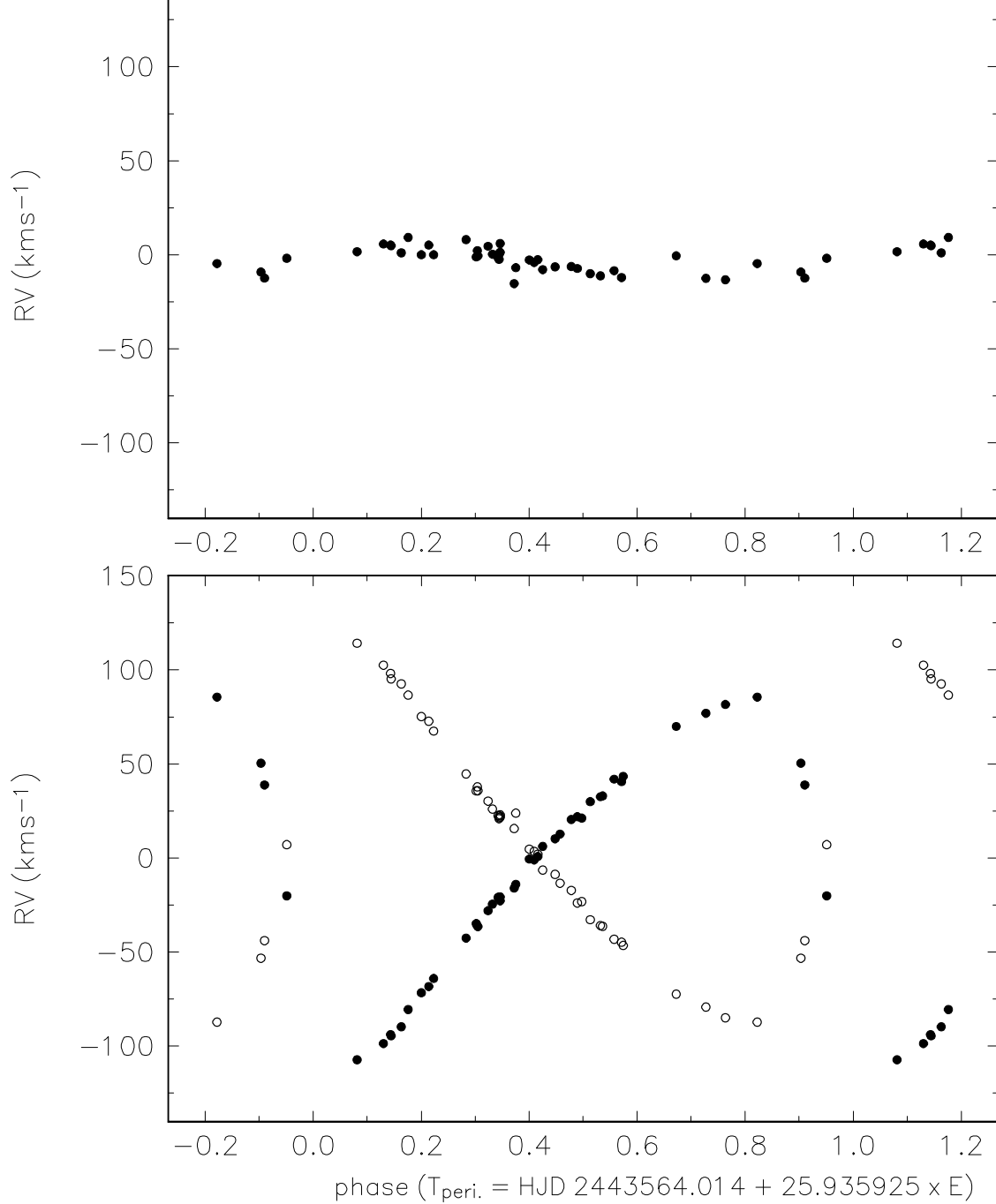
Na to, že ke správnému určení hmotností složek je třeba použít spektra s dostatečným spektrálním rozlišením, opakovaně upozorňoval americký astronom Daniel Popper, který většinu své astronomické kariéry zasvětil právě získávání spolehlivých fyzikálních vlastností složek dvojhvězd – viz např. Popper (1967, 1971, 1980).

Již dlouho je také známo, že radiální rychlosti absorpčních čar Balmerovy serie vodíku se pro svou velkou šířku k přesnému určování amplitud křivek radiálních rychlostí příliš nehodí – viz třeba Andersen (1991). Pokud je to trochu možné, je lépe určit křivku radiálních rychlostí z čar helia či kovů.

Existuje řada horkých dvojhvězd se složkami podobných spektrálních typů a s podobným, ač ne nutně stejným, rotačním rozšířením čar. U mnoha z nich může docházet k silnému blendování čar ve všech orbitálních fázích. V extrémních případech to může dokonce zabránit tomu, abychom zjistili oběžný pohyb a identifikovali příslušný objekt jako spektroskopickou dvojhvězdu. To je např. případ dvojhvězdy V436 Per = 1 Per, která byla po nějaký čas považována za fyzikální proměnnou a teprve díky fotometrickým zákrytům byla identifikována jako zákrytová dvojhvězda s oběžnou periodou 25^d9 a výstřednou dráhou. Obrázek 12 ukazuje srovnání křivky radiálních rychlostí V436 Per z klasických měření na středy čar s křivkou získanou pomocí spektrálního rozkladu programem KOREL a pomocí kroskorelační metody (viz Hill 1993 a Hill a Holmgren 1995) a je převzat z práce Harmanec a kol. (1997). Je ihned zřejmé, že zatímco klasické měření dává poloviční amplitudu křivky radiálních rychlostí pouze asi 10 km s^{-1} (a tím pádem i zcela nerealistický odhad hmotností pro zákrytovou soustavu), jsou skutečné křivky obou složek se silně blendovanými čarami blízké hodnotě 100 km s^{-1} , o celý jeden řád větší. Takové amplitudy vedou na zcela normální hmotnosti obou těles. KOREL navíc dává lépe definované křivky s menším rozptylem, než kroskorelační metoda.

5.2.4 Chybné amplitudy křivek radiálních rychlostí z absorpčních čar pocházejících z obálky kolem celé dvojhvězdy

V případech, kdy existuje plynová obálka kolem celé dvojhvězdy, může se stát, že pozorujeme absorpční čáry vznikající v materiálu obálky při projekci na jasnější složku dvojhvězdy. Budeme-li měřit radiální rychlost takových čar, dostaneme křivku radiálních rychlostí ve fázi s oběžnou periodou soustavy, ale se značně redukovanou amplitudou. Tuto situaci pro jednoduchý model popsali Thackeray (1971) a Kříž a



Obrázek 12: Srovnání křivky radiálních rychlostí V436 Per získané klasickým měřením polohy středu čáry (horní obrázek) a rozkladem spektra za pomoci programu KOREL (spodní obrázek). Radiální rychlosti primární složky jsou znázorněny plnými a sekundární prázdnými symboly.

Harmanec (1975):

Uvažujeme dva hmotné body s hmotnostmi M_1 a M_2 obíhající po kruhových drahách kolem společného těžiště. Dále předpokládáme, že absorpční vrstvu obálky kolem celé soustavy znázorníme jako válcovou slupku plynu v efektivní vzdálenosti d od těžiště, která kolem těžiště obíhá s kritickou rotační rychlostí

$$v_e = \left(\frac{G(M_1 + M_2)}{d} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (151)$$

To je ovšem zjednodušení, které vychází z představy, že ve větších vzdálenostech můžeme na gravitační působení dvojhvězdy nahlížet jako na gravitační působení hmotného bodu o hmotnosti $M_1 + M_2$.

Pro radiální rychlost absorpční čáry vznikající při průřezu části takového plynového prstence na disk jasnější složky 1 dvojhvězdy zřejmě platí

$$RV_e = \left(\frac{G(M_1 + M_2)}{d^3} \right)^{\frac{1}{2}} a_1 \sin \vartheta \sin i, \quad (152)$$

kde i , a_1 a ϑ označují sklon oběžné dráhy, vzdálenost složky 1 od těžiště a fázový úhel složky 1 během oběhu měřený od její horní konjunkce (tj. okamžiku, kdy je hvězda nejbližší k pozorovateli).

Radiální rychlost složky 1 samotné bude ve stejné chvíli rovna

$$RV_1 = \frac{2\pi a_1}{P} \sin \vartheta \sin i = \left(\frac{G(M_1 + M_2)}{a^3} \right)^{\frac{1}{2}} a_1 \sin \vartheta \sin i, \quad (153)$$

kde a označuje vzdálenost středů obou hvězd. Je tedy zřejmé, že poměr radiální rychlosti absorpčních čar z uvažovaného plynového prstence a orbitální radiální rychlosti složky 1

$$\frac{RV_e}{RV_1} = \left(\frac{a^3}{d^3} \right) \quad (154)$$

zůstává po celou dobu oběhu stejný, přičemž amplituda křivky čar z prstence je značně redukována. Je snadné si spočítat, že např. již pro obálku ve vzdálenosti o polovinu větší než vzájemná vzdálenost složek bude

$$\frac{RV_e}{RV_1} = 0.3. \quad (155)$$

5.3 Vliv plynového obalu kolem jedné ze složek na pozorované změny jasnosti soustavy

Je zřejmé, že pro zákrytové dvojhvězdy s velkými a opticky tlustými disky kolem jedné ze složek musí být tvar světelné křivky výrazně přítomností disku ovlivněn a standardní řešení světelné křivky nemůže vést k určení správných poloměrů složek.

Tento problém byl poprvé rozpoznán a řešen pro známou zákrytovou dvojhvězdu β Lyr.⁴ Ještě začátkem padesátých let dvacátého století byla β Lyr považována za velmi hmotnou dvojhvězdu s primární složkou

⁴Historie 200 let studia této dvojhvězdy je podrobně shrnuta v práci Harmance (2002).

spektrálního typu B8II a sekundární složkou spektrální třídy A či F, což mj. vyplývalo ze standardního řešení světelné křivky. První skutečně kvantitativní model světelné křivky β Lyr, ve kterém byl uvažován i disk kolem sekundární složky, publikoval Wilson (1974). Ten modeloval disk jako velice rotačně zploštělý elipsoid a jasně ukázal, jak je záření z horké hvězdy ukryté v disku přerozdělováno a vysíláno převážně mimo oběžnou rovinu soustavy. Jinými slovy – Wilson ukázal, že v podobných případech je nutné striktně rozlišovat mezi pozorovaným tokem F_λ v nějaké oblasti spektra a mezi celkovou zářivostí uvažované složky dvojhvězdy $L_\lambda = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$.

Později Zola (1991, 1995) modifikoval standardní Wilsonův-Devinneyův program (Wilson and Devinney 1971) tak, že zahrnoval i záření disku.

5.4 Jak si lze s některými problémy poradit

Přesné paralaxy změřené pro řadu hvězd družicí Hipparcos (Perryman a kol. 1997) umožňují pro objekty, pro které lze získat dobrý odhad nezčervenale hvězdné velikosti ve žluté barvě V_0 , nezávislý odhad poloměrů hvězd. Postup se přirozeně hodí zvláště dobře pro objekty, které jsou členy hvězdokup, neboť paralaxa hvězdokupy může být určena z mnoha nezávislých určení pro jednotlivé členy a je velmi přesná.

Spojením definice efektivní teploty T_{eff}

$$M_{\text{bol}} = 42.368 - 5 \log(R/R_\odot) - 10 \log T_{\text{eff}} \quad (156)$$

s modulem vzdálenosti a bolometrickými korekcemi BC

$$V_0 - M_V = -5 \log p - 5, \quad (157)$$

dostaneme pracovní vztah

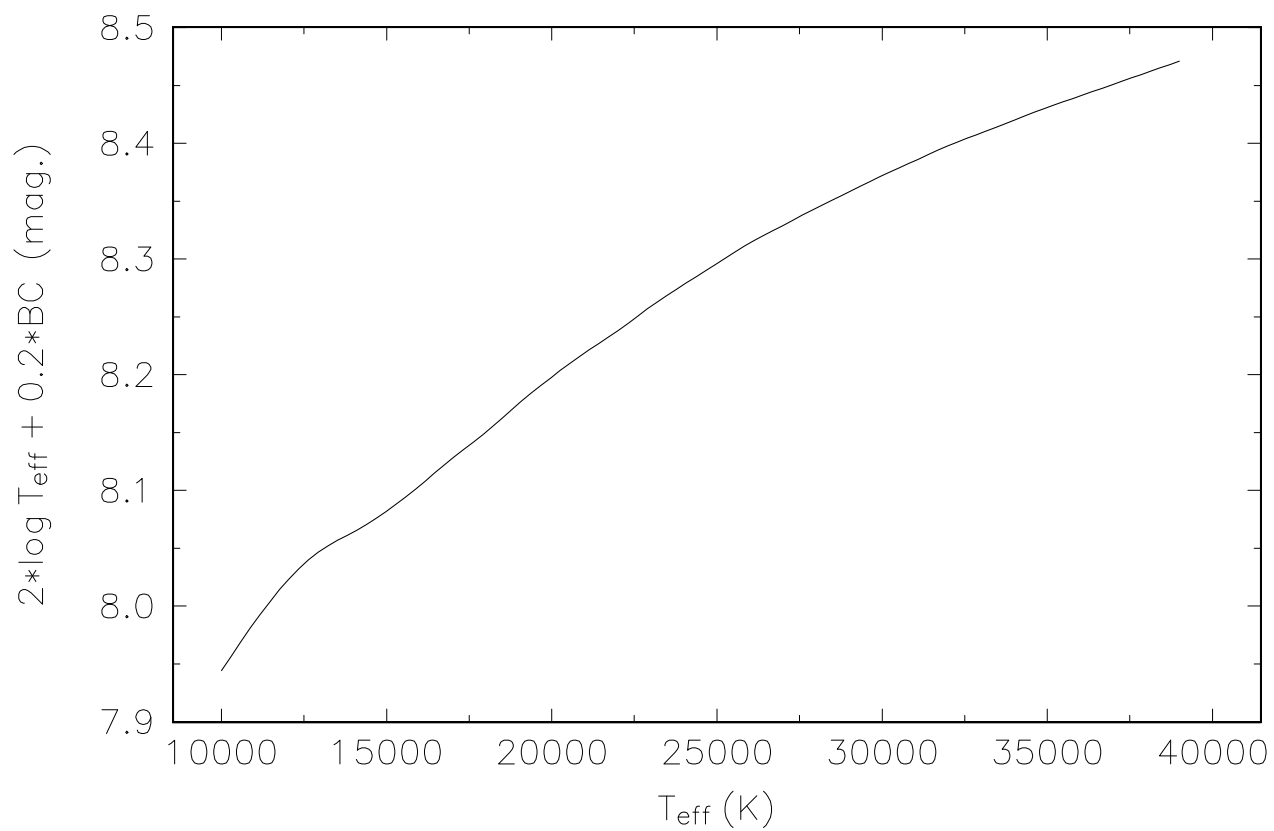
$$\log(R/R_\odot) = 7.474 - 2 \log T_{\text{eff}} - 0.2BC - V + A_V - \log p. \quad (158)$$

Povšimněme si příznivé okolnosti, že pro horké hvězdy se funkce $2 \log T_{\text{eff}} + 0.2BC$ mění jen zvolna s efektivní teplotou. To znamená, že i pro poměrně hrubý odhad T_{eff} lze získat značně spolehlivou hodnotu poloměru hvězdy za předpokladu, že máme k dispozici spolehlivé hodnoty visuální hvězdné velikosti V , zčervenání A_V a paralaxy p .

Pro hvězdy, pro něž je znám z interferometrických měření úhlový průměr θ , opravený o okrajové ztemnění, lze poloměr odhadnout při známé paralaxě aniž bychom museli činit nějaký odhad efektivní teploty hvězdy. Platí zřejmě

$$(R/R_\odot) = 107.47 \frac{\theta}{\pi}. \quad (159)$$

Harmanec (2000) ukázal pro jasné emisní hvězdy, že porovnání obou metod vede k velmi uspokojivé shodě. Pro použití první metody je ovšem u emisních objektů kritickým bodem volba správné hodnoty visuální hvězdné velikosti. Obálky emisních objektů mohou totiž zčásti ovlivnit i pozorovanou jasnost a většina emisních hvězd vykazuje dlouhodobou proměnnost. Jak ukázal Harmanec (1983, 1994, 2000), existují v zásadě dva charakteristické typy dlouhodobých změn jasnosti a barvy emisních hvězd v korelaci se změnami intenzity emisních čar: pozitivní nebo inverzní korelace. Chceme-li určit poloměr hvězdy pomocí



Obrázek 13: Průběh funkce $2 \log T_{\text{eff}} + 0.2 BC$ v závislosti na efektivní teplotě T_{eff} pro horké hvězdy. Bolometrické korekce byly získány lineární interpolací v $\log T_{\text{eff}}$ v tabulce empirických bolometrických korekcí publikovaných v práci Code a kol. (1976).

Tabulka 2: Srovnání hmotností a poloměrů emisních složek dvou zákrytových dvojhvězd získaných řešením světelných křivek a křivek radiálních rychlostí s poloměry R_1^{Hip} odhadnutými z paralaxy, změřené družicí Hipparcos a hvězdné velikosti V opravené o příspěvek sekundární složky. Rozsah hodnot, odpovídající udané chybě paralaxy, je uveden v závorkách.

Binary	HD	$\log T_{\text{eff}}$	M_1 (M_{\odot})	R_1 (R_{\odot})	R_1^{Hip} (R_{\odot})
U Cep	5679	4.112	4.21	2.69	2.59 (2.33–2.91)
V360 Lac	216200	4.280	6.5	6.4–8.8	6.32(5.06–8.43)

rovnice (158) správně, je přirozeně třeba použít jasnost a barvu hvězdy z období, kdy ve spektru emise zcela chybí nebo jsou velmi slabé. To ovšem není v konkrétních případech jednoduché a vyžaduje to, abychom o dlouhodobém chování objektu něco věděli. Například u známé jasné dvojhvězdy γ Cas, jejíž primární složka je hvězdou se závojem, bylo spektrum bez emisních čar za celou její stopadesátiletou historii spektrálních pozorování pozorováno jen jednou, po krátké období na konci druhé světové války.

Harmanec (2000) tabeloval hmotnosti a poloměry pro několik případů zákrytových dvojhvězd s emisními složkami, pro něž bylo možné tyto hodnoty dostatečně věrohodně určit ze světelné křivky a z křivky radiálních rychlostí. Pro dvě z těchto dvojhvězd jsou k dispozici i data dovolující odhad poloměrů emisních složek pomocí zde popsané metody s použitím vztahu (158). Srovnání je uvedeno v tabulce 2. Jak je vidět, oba postupy se v rámci uvedených chyb shodují.

6 Různé konkrétní typy dvojhvězd

Pojmosloví v oboru dvojhvězd je poměrně pestrou kombinací popisného třídění a pojmosloví založeného na základním pochopení fyzikální podstaty dané skupiny dvojhvězd. Ten, kdo se chce studiu dvojhvězd vážněji věnovat, by se v tomto ‘živočichopise’ měl orientovat. Proto si zde stručně představíme četné konkrétní kategorie dvojhvězd, jak se vyskytují v současné astronomické literatuře.

6.1 Dvojhvězdy typu Algol

Tento pojem je zvláště zrádný, protože se historicky vyvíjel a může znamenat několik zcela různých věcí. Kromě původní charakteristiky typu světelné křivky začal totiž být postupně užíván i k označení polodotykových soustav ve stádiu přenosu hmoty mezi složkami (často též nyní nazývaných „interagující dvojhvězdy“). Tím se chápání pojmu „Algol“ postupně posouvalo k fyzikálnější interpretaci. „Algolem“ v tomto smyslu je pak i prototyp druhého typu světelné křivky, známá interagující dvojhvězda β Lyr. Odtud byl již jen krok k velmi nešťastnému termínu „nezákrytový Algol (non-eclipsing Algol)“, používanému některými astronomy pro spektroskopické dvojhvězdy, u nichž se lze podle nepřímých důkazů dohadovat také o probíhajícím přenosu hmoty mezi složkami, a jejichž sklon oběžné dráhy je takový, že vůči nám nedochází k zákrytům.

6.2 Dvojhvězdy s hvězdou se závojem

Existují dvojhvězdy, v jejichž spektrech nacházíme obvykle časově proměnné emisní čáry, které ve většině případů souvisejí s jednou ze složek dvojhvězdy, obvykle hvězdou spektrálního typu O, B či A. Obecně se soudí, že emisní čáry svědčí o přítomnosti cirkumstelární hmoty ve dvojhvězdě. Čistě popisně a historicky bylo rozlišeno několik skupin emisních objektů. Asi nejznámější jsou dvojhvězdy typu W Ser, mezi něž se kromě zmíněného prototypu počítá i β Lyr, UX Mon, SX Cas, RX Cas a další. Jde vesměs o dvojhvězdy s oběžnými periodami delšími, než mají klasické Algoly. Typické periody jsou asi od 10 do 300 dní. Hvězdy typu W Serpentis byly Plavcem a Kochem jako třída zavedeny tak, že jde o objekty s řadou silných emisních čar viditelných v družicové ultrafialové části spektra. Jedná se vesměs o polodotykové soustavy, u kterých sekundární složka vyplňuje Rocheovu mez.

Po objevu rentgenovských zdrojů záření se ukázalo, že mnoho z nich jsou hmotné dvojhvězdy, jejichž optickou primární složkou je právě hvězda se závojem, buď o vysoké svítivosti nebo hvězda hlavní posloupnosti.

Konečně jsou známy dvojhvězdy, kde sekundární složku emisní hvězdy tvoří horká heliová a málo hmotná hvězda jako je tomu v případě φ Per.

Struktura cirkumstelární hmoty, ve které vznikají emisní a dodatečné absorpční čáry a zřejmě i část spojitého záření, jsou u těchto objektů často velmi proměnné, což se projevuje jak neperiodickými spektrálními změnami, tak také měnicím se vzhledem světelných křivek. V některých případech je třeba pozorování za mnoho oběžných cyklů, aby se vůbec podařilo prokázat periodicitu související s oběžným pohybem. Zcela zřejmě u některých těchto dvojhvězd nedochází k zákrytům složek dvojhvězdy, ale k zákrytům jedné složky časově proměnnou cirkumstelární hmotou.

6.2.1 Symbiotické dvojhvězdy

Tento pojem byl zpočátku chápán zcela popisně, dnes je definován podle určitých spektrálních vlastností přesněji, aby vymezoval fyzikálně homogennější třídu objektů. Jejich pozorovaná spektra jsou kombinací dvou různých spekter: V optickém oboru zpravidla dominuje obří chladná hvězda – rudý obr či veleobr. Druhým spektrem je horká složka, buď normální hvězda hlavní posloupnosti nebo bílý trpaslík. V druhém případě lze na takovou symbiotickou hvězdu pohlížet i jako na kataklysmickou proměnnou. Podmínkou klasifikace je i přítomnost emisních čar včetně čar zakázaných.

Jedná se o dvojhvězdy s velmi dlouhými oběžnými periodami řádu několika stovek dní, takže jejich orbitální pohyb má malou amplitudu a není snadné jej spolehlivě prokázat. Chladné složky často i pulsují a mění při tom svou jasnost, dochází též k dlouhodobým výrazným spektrálním změnám. Ty jsou často mnohem nápadnější, než pravidelné změny související s oběžnou periodou, a proto trvalo až do osmdesátých let 20. století, než byl obecně přijat názor, že všechny symbiotické hvězdy jsou dvojhvězdami. Je možné, že všechny chladné složky symbiotických dvojhvězd zaplňují Rocheovu mez, jen pro několik z nich to však dosud bylo dokázáno. Problém spočívá v tom, že efekty cirkumstelární hmoty, oscilací chladné složky a obecně dlouhé oběžné periody velmi znesnadňují spolehlivé určení hmotností a poloměrů těchto dvojhvězd. Předpokládá se ale, že horká složka přijímá hmotu z chladné složky, ať už klasickým přenosem hmoty nebo ve formě hvězdného větru. Přenos hmoty je řádu $10^{-5}M_{\odot}$ ročně, teplota je v rozsahu 10^4 až 10^5 K, svítivost 10^3 až $10^4 L_{\odot}$; takové vlastnosti mají i centrální hvězdy planetárních mlhovin. Vzhledem k již

zmíněným malým amplitudám křivek radiálních rychlostí se spolehlivé důkazy oběžného pohybu často zakládají na fotometrii. Např. v UV mohou být zakryty žhavé složky dosti hluboké. Symbiotické hvězdy ale mění svou jasnost v mnoha časových škálách (viz např. již zmíněné pulsace chladné složky nebo vzplanutí podobná výbuchům nov) a identifikace zákrytu proto nemusí být jednoznačná. Symbiotické hvězdy se dělí na typ S, u něhož je v IR oblasti pozorovatelné jen spektrum chladné složky, a typ D (zpravidla s delšími oběžnými periodami), kdy lze v IR oblasti nalézt emisi prachu o teplotě 400 až 1000 K. Kromě obou těles existuje v systému i množství mezihvězdné hmoty a okolohvězdné hmoty, projevující se četnými efekty ve spektru. Hustota ionizované složky této mlhoviny je $N_e \geq 10^7 \text{ cm}^{-3}$ u typu S, a je menší u typu D. Existuje diagnostika na odlišení od planetárních mlhovin. Jsou problémy s určením vzdálenosti, neboť kontinuum je špatně definováno, a mezihvězdná extinkce má i cirkumbinární složku.

Kříž a Harmanec (1975) upozornili na to, že na Algoly, dvojhvězdy s hvězdou se závojem a symbiotické hvězdy s chladnou složkou zaplňující Rocheovu mez lze pohlížet jako na podobné objekty, které se liší především délkou oběžné periody. U Algolů s kratšími oběžnými periodami není uvnitř Rocheovy meze dostatečné místo na vznik rozsáhlých obálek, proto se u nich nepozorují příliš silné emise. Naopak u symbiotických hvězd je Rocheova mez kolem chladné složky tak velká, že tato složka světelně dominuje již v optické oblasti spektra.

6.3 Dvojhvězdy s veleobry

Skupina dvojhvězd, kde jedna složka je veleobr, je jistě důležitá pro určení hmotností veleobrů, i jako přechodný stav ke konečným fázím vývoje dvojhvězdy. Je tu ovšem značný výběrový jev: veleobr vzniká z hmotnější složky díky jejímu rychlejšímu vývoji, méně hmotná složka zůstává na hlavní posloupnosti a je tedy daleko slabší a menší – tudíž je i obtížně zjištělná, a to jak spektrálně, tak i fotometricky. Navíc se zdá, že řada členů dvojhvězd svou příslušnost k veleobrům jen simuluje (jde o hvězdy nižší svítivosti s obálkou, jejíž absorpční čáry se podobají spektru veleobra). Mezi nejranějšími hvězdami je známo několik případů takových dvojhvězd se zdanlivě veleobřími složkami (např. V1765 Cyg, V380 Cyg, δ Ori či V1007 Sco); mají vesměs výstředné dráhy s periodami 5 až 14 dnů a jejich hmotnosti nejsou dobře určeny, neboť křivky radiálních rychlostí jsou ovlivněny efekty hvězdného větru a v mnoha případech jsou čáry sekundáru velmi slabé a špatně měřitelné. Lze předpokládat, že u těchto dvojhvězd v dalším vývoji dojde k cirkularizaci během fáze výměny hmoty (zpravidla případu B, kdy k výměně hmoty dojde při expanzi hvězdy po vyhoření vodíku v jejím jádru).

U dvojhvězd s veleobry středních a pozdních spektrálních typů jde zejména o hvězdy typu ζ Aur (např. 31 a 32 Cyg, v nich jsou veleobří typu K) a VV Cep (veleobří typu M; jde často současně o symbiotické proměnné). Sekundárními složkami jsou MS spektrálního typu B. Oběžné periody těchto objektů jsou velmi dlouhé, roky až desítky let. Nejdelší periodu má ϵ Aur (27 let), s veleobrem typu F. Sekundární složka této dvojhvězdy je ale záhadou (viz např. přehledová práce Guinana a DeWarfa 2002).

6.3.1 Hvězdy typu ζ Aurigae a VV Cephei

Tak jsou označovány dvojhvězdy sestávající z chladného obra či veleobra spektrální třídy a z hvězdy hlavní posloupnosti se spektrálním typem B či A, u kterých dochází k atmosférickým zákrytům. Pokud je obří hvězda spektrálního typu M, mluví se též o hvězdách typu VV Cephei. Oběžné periody těchto soustav jsou

dlouhé nebo i velmi dlouhé, v několika případech skoro 10000 dní. Atmosférické zákryty složek na hlavní posloupnosti obřími hvězdami s velmi rozsáhlými atmosférami dávají unikátní možnost strukturu obřích atmosfér studovat a protože k podobným zákrytům dochází vzhledem k dlouhým oběžným periodám jen zřídka, bývají k jejich sledování organizovány mezinárodní kampaně.

6.4 Dvojhvězdy s Wolfovou-Rayetovou hvězdou

Wolfovy-Rayetovy hvězdy jsou velmi horké hvězdy s nápadnými emisními čarami ionizovaného helia a kovů. Mnohé z nich (v určité době se soudilo, že možná i všechny) se nacházejí ve dvojici s hvězdou spektrálního typu O. Jejich spektrum je čistě emisní a vykazuje jasné známky silného hvězdného větru unikajícího vysokými rychlostmi a ačkoliv některé z nich – např. V444 Cyg – jsou i zákrytovými dvojhvězdami, znalosti jejich hmotností a poloměrů jsou stále nejisté, neboť jak křivka radiálních rychlostí, tak světelná křivka jsou silně komplikovány přítomností cirkumstelární hmoty. Kromě toho existují přesvědčivé důkazy toho, že rozměry dynamických obálak kolem těchto hvězd se s časem mohou měnit. Kuhl a Schweizer (1970) zjistili, že u WR dvojhvězdy CV Ser zcela zmizely fotometrické zákryty, které předtím několik jiných astronomů pozorovalo.

6.5 Hvězdy chemicky pekulární

Existují dvě třídy chemicky pekulárních hvězd, o nichž se dnes dosti všeobecně soudí, že se vyskytují pouze ve dvojhvězdách, ačkoliv přímá souvislost podvojnosti a pekuliarity je dosud otázkou zkoumání. Jsou to Am a Ba hvězdy, s anomálně silnými čarami kovů a barya. Ukazuje se, že chemická pekuliarita obou skupin má mnoho společného. Kromě toho je podvojnost velmi častým jevem u hvězd typu HgMn s pekulárními intenzitami čar rtuti a manganu.

6.6 Hvězdy typu RS CVn

Jedná se o dvojhvězdy s chladnými složkami, u nichž jsou ve spektru pozorovatelné obě složky a u nichž dochází ke změnám jasnosti také v důsledku toho, že v jejich atmosférách vznikají a zanikají obří analogie slunečních skvrn. Pro tyto dvojhvězdy existují zvláště z družicových UV, rentgenových a radiových pozorování četné důkazy přítomnosti chromosfér, občasných mohutných erupcí a dlouhodobých cyklů aktivity, takže analogie s hvězdami slunečního typu je velmi hluboká.

6.7 Dvojhvězdy typu W UMa

Nejde o omyl. Typ W UMa je sice jedním ze základních typů světelné křivky, ukazuje se však, že popisuje i fyzikálně příbuznou skupinu hvězd, které jsou v takovém vývojovém stadiu, že buď kolem obou složek existuje společná atmosféra, která zaplňuje vyšší ekvipotenciálu, než je Rocheova mez nebo jsou obě složky Rocheově kritické mezi velmi blízko. Jedná se zpravidla o dvojhvězdy s chladnými složkami spektrálních typů A-K, u nichž se podobně jako u hvězd typu RS CVn pozorují skvrny na jejich povrchu. Kromě toho však u nich dochází k nepravidelným změnám oběžné periody. Často existuje rozpor mezi hmotovým poměrem určeným ze spektroskopie a z fotometrie. Popisně se tyto dvojhvězdy dělí na dva podtypy podle řešení

světelné křivky: typ A, kdy je v hlubším minimu zakrývána menší hvězda větší hvězdou, a typ W, kdy je tomu naopak.

6.8 Kataklysmické proměnné (CV; novy, trpasličí novy a rentgenovské dvojhvězdy o malé hmotnosti)

Jedná se o dvojhvězdy, u nichž je přenos hmoty mezi složkami spojen s eruptivními jevy, zejména s nápadným zjasňováním celé soustavy v nepravidelných intervalech od týdnů až do desítek let. U těchto dvojhvězd se zpravidla pozorují i emisní čáry ve spektrech. Obvykle jsou tvořeny dvojicí chladné hvězdy zaplňující Rocheovu mez a horké, velmi kompaktní hvězdy. Důležitou charakteristikou je, že k celkovému zářivému výkonu těchto soustav přispívá podstatnou měrou záření akrečního disku kolem horké složky. Pozorují se i zákryty v rentgenovském oboru a v některých případech periodické změny jasnosti na časové škále o řád delší, než oběžná perioda. U některých soustav existují důkazy přítomnosti silného magnetického pole – systémy typu AM Her.

Že některé novy (přesněji, postnovy) jsou dvojhvězdy, bylo známo už od padesátých let (DQ Her). Teprve v šedesátých letech se ale postnovy staly předmětem zájmu, a bylo zjištěno, že dvojhvězd mezi nimi je velmi mnoho, takže vlastně všechny musí být dvojhvězdami. To ovšem vedlo i k teoretickému vysvětlení jevu novy: jde o nukleární výbuch v atmosféře bílého trpaslíka, k němuž dochází - v různé dlouhých intervalech - díky akreci vodíku z atmosféry druhé složky.

U trpasličích nov je mechanismus zjasnění jiný: Zjasnění souvisejí s nestabilitou akrečního disku po dosažení určité kritické hustoty, kdy se v oblastech měnící se ionizace velmi prudce změní opacita disku (který je u trpasličích nov hlavním zdrojem záření celé soustavy). Tento model je podrobně popsán v přehledové práci Pringle (1981).

Observačně je tedy možno zjistit světelnou křivku postnovy; je řada případů, kdy jde o zákrytové dvojhvězdy. Světelné křivky jsou ale obtížněji dešifrovatelné než u „normálních“ hvězd, neboť významným přispěvatelem ke světlu tu je i disk, dále „jasná skvrna“ na disku, a i rozdělení jasu na složkách může být nepravidelné. Objekt přitom jeví změny jasnosti v řadě časových škál – mluví se o výbuších, supervýbuších, nízkém stavu (kdy zmizí akreční disk a je pozorovatelná fotosféra). Je ovšem možné i spektroskopické studium, opět komplikované emisemi, a tím, že jde o objekty slabé – přitom oběžné doby jsou většinou krátké a tedy expoziční doby musí být též krátké.

CV lze rozdělit na řadu podtypů:

- novy (CN, classical nova);
- trpasličí novy (DN, dwarf nova);
- novám podobné proměnné (NL, nova like);
- magnetické CV (MCV).

Mezi méně zásadní typy patří např. hvězdy typu AM CVn, s velmi krátkou dobou oběhu (10 až 40 min.; sama AM CVn má 17 min) nebo typu ER UMa, což jsou velmi aktivní DN, s výbuchy každých několik dní.

Někdy se jako CV klasifikují i tzv. symbiotické hvězdy (Z And dle GCVS). Tam ale sekundár nemusí být nutně WD, viz kapitola 1.2.3. Downes & Shara (1993) uvádějí seznam všech CV s klasifikací (751 objektů). Seznam CN pozorovatelných v minimu udává Warner (1987).

Klasifikace závisí především na velikosti \dot{M} při dané periodě (na velikosti \dot{M} závisí i čas rekurence u UG a ZC). Protože ztráta úhlového momentu - na níž závisí i přenos hmoty - způsobuje i sekulární vývoj systému ke kratším periodám, je možné, že za změnami \dot{M} je stárí. CV jistě vznikají s různými periodami, rozptyl stárí při dané periodě je tedy značný.

6.8.1 Oběžné periody CV

Velká většina CV má periody velmi krátké; důležitým jevem je mezera v pozorované délce oběžné periody („period gap“): periody v rozsahu $2^h 10^m$ až $2^h 52^m$ má jen několik málo objektů. Např. všechny CN mají periodu delší.

Perioda každé CV se ovšem obecně zkracuje, úhlový moment se ztrácí gravitačním vyzařováním, u MCV též „magnetickým brzděním“, v časové škále 10^9 roků. Obecně CV končí jako pár bílých trpaslíků, a u jistého procenta z nich už během Hubbleova času⁵ vyplní méně hmotný WD svou Rocheovu mez a s dalším poklesem úhlového momentu ji přeteče a vytvoří disk kolem hmotnější složky; ta disk postupně pohltí. Jedním z výsledků takového procesu jsou pravděpodobně „extrémně heliové hvězdy“ (na jejichž povrchu je jen nepatrně vodíku a kde logaritmus poměru svítivost-hmotnost (ve slunečních jednotkách) je větší než 4.

6.8.2 Trpasličí novy (DN)

DN, jinak též UG (typ U Gem), se dále dělí na:

- SS (SS Cyg) – v cyklu 10 až 1000 dní jejich jasnost stoupne o 2-4 mag. v 1-2 dnech, a během několika dnů klesne na normální;
- SU (SU UMa) – perioda pod mezerou ($< 2^h 10^m$), má „normální“ a „super“ výbuchy;
- ZC (Z Cam) – mají též výbuchy, ale někdy mezi nimi jasnost neklesne na normální.

Obecně jsou ovšem pro poznání všech typů CV důležité objekty se zákryty. Zejména u DN jsou zákryty přínosem – dovolují studovat dramatické změny akrečního disku při výbuších a v obdobích klidu. Široký zákryt při erupci znamená, že je zakrýván velký svítivý disk; v období klidu jsou na světelné křivce jen nevelké struktury připisatelné zákrytu WD a jasné skvrně na obvodu disku (Z Cha, HT Cas, OY Car). U typu SU jsou pozorovatelné tzv. superhumps: po světelné křivce přechází vlna svědčící o precesi eliptického disku (obr. 14).

6.8.3 Magnetické kataklysmické proměnné (MCV)

Podle intenzity magnetického pole bílého trpaslíka se dělí na typ AM Her (polary; 10 až 80 MG, i více), a typ DQ Her (intermediární polary), 1 až 10 MG. Patří k nim asi 1/4 všech CV. Rozpoznávacím rysem je zpravidla silná kruhová i lineární polarizace záření ve vizuálním a blízkém IR oboru.

Většina záření je emitovaná v rentgenovém oboru, důvodem jsou akreční šoky na povrchu WD. MCV typu AM Her nemají akreční disky, akreovaný materiál je magnetickým polem veden na jeden, eventuelně

⁵Jako Hubbleův čas se označuje převrácená hodnota Hubbleovy konstanty H_0 .

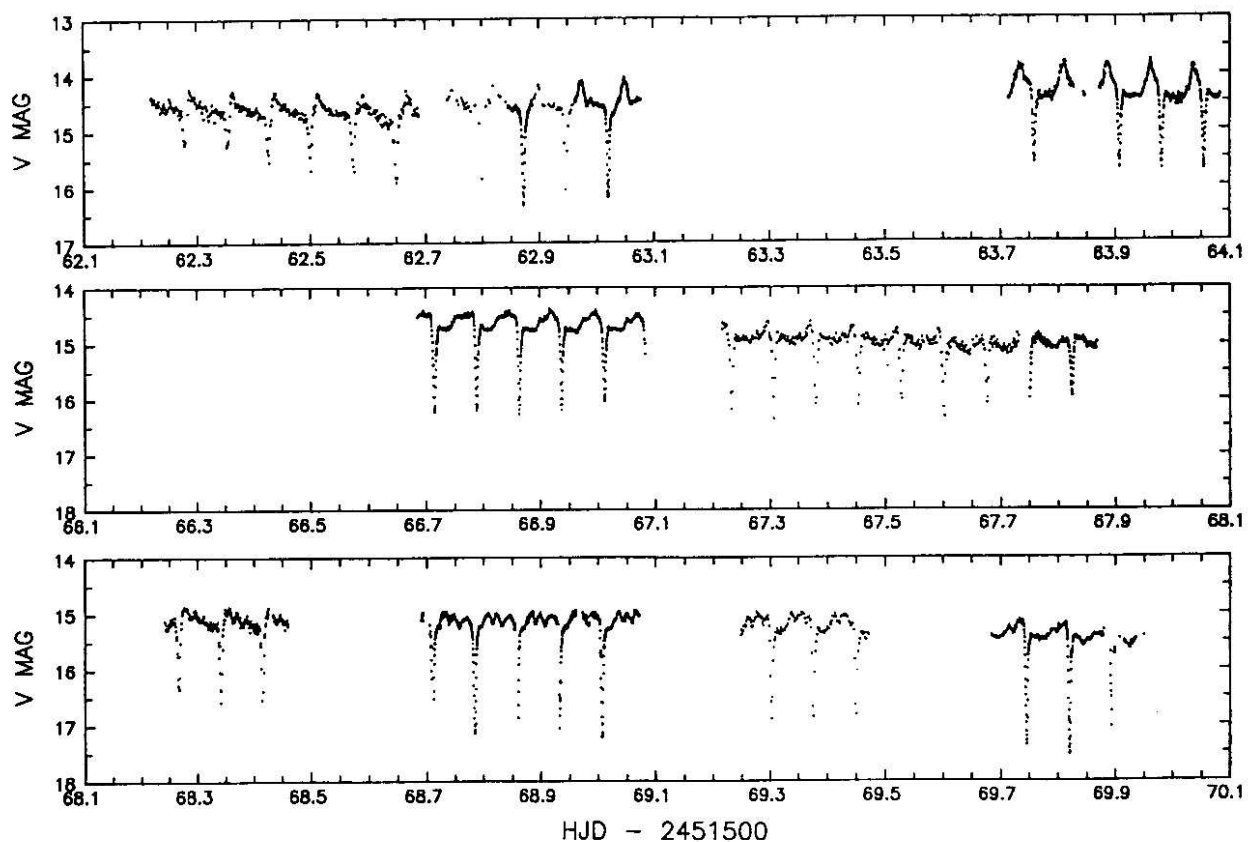


FIG. 2.—Three 48 hour segments of IY UMa light curve during the 2000 January superoutburst. Deep eclipses at P_{orb} occur throughout. A prominent wave, the superhump, drifts slowly through the orbital light curve. The superhump amplitude and eclipse depth are periodically reduced when the superhump coincides with eclipse. Recurrent wiggles at higher frequency are also evident, especially in the last panel.

Obrázek 14: Světelná křivka IY UMa (typ UGSU) ve třech obdobích po 48 hodinách během supervýbuchu. Zřejmé jsou hluboké zákryty (perioda 0.073909 d), a vlna posouvající se po křivce. Zejména v posledním období jsou zřejmé i poklesy s vyšší frekvencí (Patterson a další 2000).

oba magnetické póly. WD je magnetickým polem synchronizován s oběžnou periodou, jeho rotační perioda je tedy od 80 minut do asi 8 hodin. U typu DQ Her je rotační perioda obvykle kolem 1/10 periody oběžné, a zpravidla je přítomen akreční disk. Intensita magnetického pole se dá určit z fotosférických spekter – v tzv. nízkém stavu dominuje záření fotosféry nad akrečními šoky a diskem. U vyšších intenzit pole jsou spektrální čáry nejen rozštěpené, ale i posunuté a deformované. Zdá se, že rekord 230 MG má AR UMa. Více o MCV viz Wickramasinghe & Ferrario (2000).

6.8.4 Novám podobné proměnné (NL)

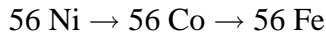
U CV typu NL ztrácí hvězda hlavní posloupnosti pozdního typu hmotu na WD hlavně přes RLOF (přetokem Rocheovy meze, Roche lobe overflow). WD je bez silného magnetického pole a proud dopadá na disk, tam je jasná skvrna; na rozdíl od DN nemají NL kvaziperiodické výbuchy. U podtypu MV Lyr nedochází k nízkému stavu.

6.8.5 Předchůdci supernov typu Ia

Soudí se, že některé dvojhvězdy CV jsou předchůdci supernov. Supernovy typu Ia ve spektru nemají vodík (ani helium), a jejich absolutní vizuální magnituda v maximu dosahuje pozoruhodně shodných hodnot:

$$M_V = -19.30 + 5 \log \left(\frac{H_0}{60} \right) \quad (160)$$

(kde H_0 je Hubbleova konstanta), s disperzí pouze 0^m3 a $(B - V) = 0$ (i když je několik případů s odlišnější jasností). Předchůdci výbuchu nebyli objeveni. Tyto vlastnosti lze vysvětlit předpokladem, že supernova vzniká zhroucením bílého trpaslíka (typu C+O), jehož hmotnost akrecí vzrostla nad Chandrasekharovu mez (asi 1,4 M_\odot ; ovšemže akrecí hmoty z druhé složky dvojhvězdy). Jiná verze, splnutí dvou bílých trpaslíků, by sotva mohla vysvětlit shodnost jasností v maximu. Pozorované rychlosti expanze přitom odpovídají syntéze asi 1 M_\odot C+O do prvků Fe skupiny a prvků s mezilehlou hmotou jako jsou Si a Ca; energetika radioaktivního procesu



přitom velmi dobře vystihuje průběh klesající jasnosti objektu po výbuchu.

SN Ia se vyskytují ve spirálních i eliptických galaxiích, tj. vznik z hvězd s vyšší hmotností nepřipadá v úvahu (i když některé podtypy jsou jen ve spirálách).

Problémy ovšem jsou. Předně, při pomalé akreci vodíku dojde ke vzniku novy, a při tomto výbuchu se ztratí více hmoty než se v cyklu získalo. Při rychlé akreci by pak mělo dojít k trvalému hoření, takový systém by ale byl jasný a pozorovatelný (možná tak vypadá nějaký typ CV nebo symbiotiky).

6.9 Dvojhvězdy v posledním tažení

Tak jako jednotlivá hvězda končí svou aktivitu v podobě kompaktního objektu – tj. jako bílý trpaslík, neutronová hvězda nebo černá díra – tak i ke konci vývoje dvojhvězdy se jedna složka stane takovým objektem (mohou se jím ovšem stát obě složky, nebo se dvojhvězda může rozpadnout). Zopakujme:

- WD - poloměr kolem 10000 km, hmotnost menší než $1.4 M_{\odot}$;
- NS - poloměr kolem 10 km, hmotnost menší než asi $3.4 M_{\odot}$;
- BH - lze uvádět poloměr nejmenší stabilní dráhy; hmotnost nad $4 M_{\odot}$.

Už z možných kombinací je zřejmé, že konečná stadia vývoje dvojhvězd mohou být velmi různorodá. Existuje řada klasifikací pozdních stadií dvojhvězd. Základní dělení je podle typu kompaktního objektu:

bílý trpaslík (WD)+ „normální“ hvězda = kataklysmická dvojhvězda (CV),
 neutronová hvězda (NS)+ „normální“ hvězda = rentgenová dvojhvězda (XRB),
 černá díra (BH)+ „normální“ hvězda = rovněž rentgenová dvojhvězda.

To ale neznamená, že CV by nemohla být detekována jako rentgenový zdroj. Dvojhvězdy se ovšem projevují jako CV nebo XRB jen dochází-li k akreci na kompaktní objekt. Jsou-li složky velmi vzdálené, pak k interakci nedochází, např. u dvojhvězd typu Sirius (WD+MS).

I druhá složka může být kompaktní objekt, takže možných kombinací je řada. Je známo několik příkladů WD+WD, u nichž nedochází k interakci, ani není přítomna cirkumbinární hmota. Existují WD+NS, jsou to LMXRB s periodami 9 - 50 minut. Některé radiové binární pulsary jsou NS+NS.

Neutronová hvězda je ovšem obecně pulsar (vyzařující jen v kuželu, tedy ne vždy jako pulsar pozorovatelná), a je proto možných více podob dvojhvězd s pulsarem. Některé dvojhvězdy spadají do více kategorií.

6.9.1 Vývoj dvojhvězdy se společnou obálkou

Většina dvojhvězd s kompaktním objektem má oběžné periody pod jeden den. Znamená to, že původní periody běžných dvojhvězd – obvykle vícedenní - musely být ovlivněny nějakým procesem.

Takovým uznávaným procesem je vývoj ve společné obálce. Jestliže z jedné složky uniká více hmoty než je druhá složka schopna zachytit, atmosféra té druhé složky se zahřeje a rozšíří, až vyplní Rocheovu mez, a přetékájící hmota se dostává do obálky obklopující obě složky. Tření při pohybu složek v plynu obálky vede ke spirálovitému vzájemnému přibližování složek a část uvolněné energie pak odnáší hmotu i rotační moment obálky mimo dvojhvězdu (Soberman a další 1997).

Tento proces nepochybně nastává u planetárních mlhovin (PN), pokud jsou jejich jádra dvojhvězdami (mnohé CV vznikly z PN), CV a jiných degenerovaných dvojhvězd. Může nastat i když nejde o únik z Rocheovy meze, ale o hvězdný vítr (což se opět týká PN, ale i dvojhvězd s OB složkou). CV mají běžné periody jen v délce hodin. Jejich bílý trpaslík ale vzniká z jádra rudého obra, jedna složka tedy musí projít tímto stavem a původně tedy musí jít o rozměrný systém s dlouhou oběžnou dobou. Výsledkem tohoto „vývoje ve společné obálce“ pak jsou nejen CV, ale i XRB a SN.

Protože pravděpodobně všechny hvězdy s počáteční hmotou $8 M_{\odot}$ nebo menší končí jako bílí trpaslíci (vzhledem ke stáří vesmíru ovšem ještě žádné hvězdy s hmotou menší než asi $1 M_{\odot}$ do stavu WD nemohly dospět), měla by být prostorová hustota CV značná. Jsou ovšem dvojhvězdy, kde vzdálenosti složek jsou (a byly) značné, a kdy WD+„normální“ hvězda tvoří běžnou dvojhvězdu (vizuální, viz již zmíněný „typ Sirius“). Tyto dvojhvězdy není snadné objevit; pokud je WD podstatně teplejší složkou, lze je objevit právě jako objekty s převahou UV nebo EUV záření. Takové objekty pak poskytují důležité informace o hmotnostech WD.

6.9.2 Rentgenové dvojhvězdy

Při identifikaci zdrojů rentgenového záření s optickými objekty bylo často zjištěno, že jde o dvojhvězdu (je známo na 200 takových dvojhvězd v Galaxii a několik v jiných galaxiích). Dvojhvězdy se liší: podobou druhé složky, časovou proměnností, mj. občasnými výbuchy, hmotností rentgenové složky, rentgenovým spektrem, sklonem dráhy. Složkou, která září v rentgenovém oboru, je ovšem neutronová hvězda nebo černá díra; získává hmotu akrecí, a září přeměnou gravitační potenciální energie (což je proces o řád účinnější než nukleární hoření).

Existují i dvojhvězdy zářící v rentgenovém oboru, kde obě složky jsou „normální“ hvězdy, kdy příčinou rentgenového záření jsou rázové vlny ve hvězdném větru či atmosférické procesy (korona). Svítivost je v těchto případech o několik řádů menší.

Zásadní rozlišení je podle typu složky: LMXRB (low mass X-ray binary; složka s malou hmotností, přesněji spektrálního typu pozdějšího než A, event. bílý trpaslík), a HMXRB (high mass XRB), kdy u složky jde o typ O nebo B. V prvním případě má na optické záření podstatný vliv ohřev složky a akrečního disku rentgenovým zářením, a přenos hmoty se děje přetokem Rocheovy plochy (RLOF). V druhém případě je pro přenos hmoty důležitý hvězdný vítr z O či B složky – jeho značnou část zachytí kompaktní složka. I zde ovšem může nastat RLOF. Při RLOF se přenáší významný rotační moment, vznikne tedy akreční disk.

HMXRB lze dále dělit na dvě skupiny: „normální“ složka je OB I-IIe veleobr (někdy se označují SXR) nebo hvězda se závojem o nižší svítivosti BeXR (B V-IIIe). Někdy je luminositní klasifikace obtížná a dělení tedy není příliš spolehlivé. Je-li optickou složkou B V-IIIe hvězda, vyskytují se dost často intenzivní rentgenové výbuchy (transients), a mimo ně jsou objekty nepozorovatelné; zpravidla je neutronová hvězda rentgenovým pulsarem, s rotační periodou obvykle několik sekund. Ze zdánlivé změny periody pulsů lze pak velmi přesně stanovit dráhu. Část BeXR je pozorovatelná stále, výbuchy jsou méně výrazné, a pulsace mají periody řádově stovky sekund (X Per).

6.9.3 Dvojhvězdné pulsary

Mezi pulsary se dosti často nacházejí objekty s periodicky proměnnou frekvencí pulsů, v takovém případě jde tedy o složky dvojhvězd. Oběžné periody jsou přitom od hodin po roky. Sledování okamžiků pulsů vede k velmi přesně určitelné dráze. V některých případech je složka pulsaru viditelná v optickém oboru, případně je pulsar i rentgenovou dvojhvězdou. Milisekundové pulsary jsou složkami dvojhvězd vždy (ovšem až na výjimky – soudí se, že ve dvou případech, kdy je milisekundový pulsar samostatný, došlo ke zničení druhé složky).

Zdá se, že existují dva typy dvojhvězd s pulsary: V prvním případě je průvodcem pulsaru také neutronová hvězda nebo hmotný bílý trpaslík, oběžná perioda je krátká a dráha výstředná. V druhé kategorii jsou pulsary, jejichž druhou složkou je málo hmotná hvězda ($0,2-0,4 M_{\odot}$), patrně heliový bílý trpaslík. Oběžná dráha je kruhová a perioda je dlouhá.

Už napsané napovídá o velké rozmanitosti binárních pulsarů; jednotlivé kategorie lze stručně popsat takto (příklady viz tab. 3):

1. Dosud nedošlo k akreci na neutronovou hvězdu z druhé složky, dráha je excentrická.
2. Obě složky jsou neutronové hvězdy. Pulsar a jeho průvodce se nejprve spirálovitě přiblížili ve společné

Tabulka 3: Dvojhvězdné pulsary

Pulsar	P_{puls} (ms)	P_{orb} (d)	e	$f(M)$ (M_{\odot})	M_2 (M_{\odot})	$\log(B)$ (G)	$P/(2\dot{P})$ (roky)	Typ
0045-7319	926	51	0,808	2,169	10	12,3	3×10^6	1
1534+12	37,9	0,42	0,274	0,315	1,34	10	2×10^8	2
2145-0750	16,0	6,8	0,000021	0,0241	0,51	< 8,9	$> 8 \times 10^9$	3
0820+02	864,8	1232	0,0119	0,0030	0,23	11,5	1×10^8	4
1045-4509	7,5	4,1	0,000019	0,00177	0,19	8,6	6×10^9	4

obálce, pak došlo k výbuchu druhé supernovy. Každá ze složek tak musela mít původně hmotnost nad $8 M_{\odot}$.

3. Druhou složkou je WD s velkou hmotností, který mohl vzniknout jen z obra daleko rozměrnějšího než je současná dráha. To znamená, že NS spirálovala obálkou obra a způsobila její odmrštění. Zbylé jádro už nevydalo na druhou NS.
4. Složkou je málo hmotný WD na kruhové dráze, který se mohl vytvořit při stabilizovaném přenosu hmoty ze složky s malou hmotností, vyplňující RL.
5. Jde o systémy se složkami méně hmotnými než jsou hmotnosti jader nejméně hmotných hvězd, které se ještě mohly vyvinout nad hlavní posloupnost během existence vesmíru. Přenos hmoty tedy musel mít jiný důvod než nukleární vývoj složky – šlo tedy o gravitační záření nebo ztrátu úhlového momentu v magnetickém větru.
6. Pulsar 1257+12 má možná planetární systém, několik dalších pulsarů snad zničilo své průvodce, které jim poskytly úhlový moment k jejich rychlé rotaci.

6.10 Dvojhvězdy mezi hvězdami PMS (pre-main sequence)

V novější době se věnuje značná pozornost dvojhvězdám mezi hvězdami, které dosud nedosáhly ZAMS (hlavní posloupnost nulového věku). Je to proto, že proces kontrakce na Hayashiho posloupnosti zdaleka není tak dobře pochopen jako chování hvězd od jejich dosažení ZAMS. A také proto, že technika dovoluje takové hvězdy (a dvojhvězdy) studovat. Jiné označení těchto hvězd je „Herbigovy-Harovy Be/Ae hvězdy“. Prototypem je ovšem T Tau (hvězdy typu T Tau by ale měly mít ekvivalentní šířku $H\alpha > 10 \text{ \AA}$). Tyto hvězdy jsou obklopeny mezihvězdnou hmotou (prach, plyn, molekulární mračna), zpravidla v podobě disku. Extinkce může být značná, často jsou to objekty pozorovatelné jen v IR oblasti nebo i rádiově (tepelná emise prachu, volně-volná emise z ionizovaných bipolárních výtrysků). Název „Herbigovy-Harovy objekty“ je téměř synonymem pro PMS hvězdy. Jde o drobné mlhoviny nepravidelných tvarů, zpravidla na pozadí temných mračen, a jsou to viditelné části akrečních disků a bipolárních výtrysků.

Hvězdy PMS se vyskytují především v několika oblastech: Tau-Aur, Sco-Oph, CrA. V prvé ve zmíněných oblastech téměř všechny PMS vytvářejí vizuální dvojhvězdy nebo vícenásobné systémy; v ostatních oblastech

je sice také procento dvojhvězd vysoké, ale – vzhledem k celkově menšímu počtu těchto objektů – není rozdíl proti výskytu dvojhvězd v okolí Slunce statisticky průkazný.

Značná část visuálních dvojhvězd má úhlovou vzdálenost složek pod $1''$, některé byly objeveny interferometricky, jiné mají složku viditelnou jen v IR oboru (T Tau). Vzdálenost oblasti Tau-Aur je asi 140 pc, takže např. $0,1''$ odpovídá 14 AU. Při hmotnostech zhruba rovných $1 M_{\odot}$ by byla perioda řádu desítek let a pro některé z těchto dvojhvězd už lze stanovit dráhy a – díky známé vzdálenosti – i hmotnosti.

Spektroskopických dvojhvězd zatím mezi PMS známo mnoho není. Jde spíše o slabší objekty (T Tau má 10. mag.), takže menší amplitudy radiálních rychlostí se obtížně hledají.

6.11 Dvojhvězdy mezi cefeidami

První dvojhvězdy mezi cefeidami byly objeveny teprve během několika posledních desetiletí. Protože cefeida je veleobr, její jasnost značně převyšuje eventuálního průvodce – hvězdu hlavní posloupnosti. Průvodce se proto může projevit třeba efektem rozdílné dráhy světla (perioda cefeidy se periodicky mění) nebo – jde-li o objekt teplejší než je cefeida – zvýšenou jasností v UV části spektra. Na adrese

<http://www.konkoly.hu/CEP/intro.html>

je seznam dvojhvězd mezi cefeidami publikován. Pro 16 objektů je uvedena spektroskopická dráha. Nejkratší oběžná perioda je 133 dní (TX Del), většina period je ale mezi 1000 až 10000 dní.

6.12 Dvojhvězdy s podtrpaslíky

Jedním z výsledků vývoje se společnou obálkou jsou i dvojhvězdy s podtrpaslíky typu B (sdB). To jsou hvězdy na extrémní horizontální větvi (EHB); spalují He v jádře o hmotnosti kolem $0,5 M_{\odot}$ a mají jen velmi tenkou vodíkovou obálku. Společná obálka musela vzniknout u hvězdy s degenerovaným heliovým jádrem na špičce RGB. Složkou sdB může být hvězda MS nebo podobr (v těchto případech se na světelné křivce projeví reflexní efekt) nebo WD. Perioda může být velmi krátká, nejkratší známá je $0,073$ u dvojhvězdy PG 1017-086, jejíž druhou složkou je málo hmotný červený trpaslík nebo snad hnědý trpaslík. Velkým úspěchem je objev *zákrytové* dvojhvězdy SDSS 103533.03+055158.4 sestávající z bílého a hnědého trpaslíka, který učinili Littlefair a kol. (2006). Tato soustava má oběžnou periodu 82,0896 minut ($0,057007$) a probíhá v ní přenos hmoty od hnědého na bílého trpaslíka, jde tedy o CV systém. Hmotnost hnědého trpaslíka byla určena na $0,052 M_{\odot}$, bílého na $0,94 M_{\odot}$. Poloměry jsou 0,108 a $0,0087 R_{\odot}$.

6.13 Dvojhvězdy v kulových hvězdokupách

Zatímco ještě před nedávnem se soudilo, že v kulových hvězdokupách dvojhvězdy téměř nejsou – a těch několik, které byly známy, se chápaly jako výsledek zachycení v hustém prostředí kupy – nyní je zřejmé, že zastoupení dvojhvězd tu je snad jen o málo menší než ve slunečním okolí; a že nutně jde o dvojhvězdy vzniklé současně s hvězdokupou (primordinální). Jde jak o dvojhvězdy objevené optickými metodami, tak o LMXRB a pulsary. Je zajímavé, že přítomnost dvojhvězd má zásadní vliv na vývoj celé kupy.

Na rozdíl od osamocených dvojhvězd lze při pozorování hvězdokupy získat úplný soubor do určité mezní magnitudy, a výběrové efekty ve statistice mohou být kvantifikovány. Nejjasnějšími hvězdami v kulové kupě

jsou červení obří s hmotnostmi pod $1 M_{\odot}$, buď na špičce RGB (red giant branch) nebo typu AGB (asymptotic giant branch). Očekávané periody jsou tedy delší než asi 40 dní, amplitudy $10 - 20 \text{ km s}^{-1}$.

Zákrytové dvojhvězdy se ovšem spíše objeví, je-li jejich perioda krátká, tj. jde-li o hvězdy hlavní posloupnosti. Fotografie, ale daleko spíše snímky CCD, by tak měly objevit zákrytové proměnné mezi členy kupy slabšími, než je horizontální větev. Je známa řada kandidátů – členství v kupě ale musí být potvrzeno spektroskopicky (radiální rychlostí).

6.14 Dvojhvězdy v jiných galaxiích

Jde ovšem hlavně o dvojhvězdy v Magellanových mračnecích (LMC a SMC) a jiných galaxiích lokální skupiny. Mnoho zákrytových dvojhvězd v MC bylo objeveno už v první polovině minulého století. Současné velké dalekohledy dovolují i jejich spektrální výzkum, a to i v M31. Přes velkou podobnost této galaxie s Mléčnou dráhou je dobře známo, že nejjasnější zákrytové proměnné v M31 zdaleka nejsou tak jasné jako v naší galaxii (což je dáno podmínkami vzniku velmi hmotných hvězd). Vývoj dvojhvězd v MC pak je ovlivněn nižší abundancí kovů u hvězd těchto mračen.

7 Vznik dvojhvězd

Vznik dvojhvězd a vícenásobných soustav patřil kupodivu po dlouhou dobu mezi jednu z největších hádanek týkajících se dvojhvězd.

V existující literatuře se dlouho zvažovalo několik možností:

1. *Rozštěpení (fission) protohvězdy rychlou rotací.*
2. *Rychlá fragmentace v zárodečném protohvězdném mračnu*
3. *Fragmentace disku vznikající protohvězdy*
4. *Zachycení jedné hvězdy druhou*

Teprve rozvoj metod počítačové simulace dynamického vývoje souboru velmi mnoha částic vede postupně k tomu, že lze o vzniku dvojhvězd činit spolehlivější závěry. Dobré shrnutí současného stavu lze najít např. v práci Clarke(ové) 2007.

Tohline a Durisen (2001) podrobně shrnuli numerické simulace vzniku hvězd štěpením. Ač byla tato možnost v minulosti považována za velmi slibnou, ukazuje se, dynamický vývoj původně osově symetrické rotující protohvězdy vede na nestabilní konfigurace a nikoliv ke vzniku dvojhvězdy obíhající kolem společného těžiště. Jedinou nadějí pro zachování hypotézy vzniku hvězd štěpením tak zůstává počínající studium dynamické stability útvarů, které ani na počátku vzniku nebyly osově symetrické či útvarů, jejichž vývoj je způsoben nikoliv dynamickými, ale nějakými pomalými, dlouhodobě působícími procesy.

Vznik dvojhvězdy dynamickým zachycením míjejících se těles je možný pouze pokud spolupůsobí nějaké další těleso s vlastní gravitací nebo pokud je setkání tak těsné, že slapové síly dokáží změnit keplerovskou (hyperbolickou) dráhu na dráhu eliptickou. Zachycení dvou míjejících se hvězd se proto při prostorových hustotách hvězd podobných té v okolí Slunce jeví jako nanejvýš nepravděpodobné. Vážně se však o něm

uvažuje pro místa s podstatně vyššími prostorovými hustotami hvězd jako je centrum Galaxie či vnitřní části kulových hvězdokup. Zdá se velmi pravděpodobné, že také třeba v hvězdokupě M 42 (ve velké mlhovině v Orionu) dochází ke vzniku některých dvojhvězd zachycením prolétající hvězdy v protostelárním disku. Tím se – jak modelováním prokázali např. Olczak a kol. (2006) – zároveň postupně odčerpává hmota disku. V každém případě se ale zdá, že tímto mechanismem může i v nejhustších částech hvězdokup vznikat nejvýše 10 procent z celkové populace dvojhvězd. Také je třeba si uvědomit, že při setkání hvězd dochází i k *rozpadu* dvojhvězd, takže je důležité vědět, jaký rovnovážný stav se nakonec vytvoří. Důsledkem vzniku dvojhvězdy mechanismem zachycení může být i to, že složky takto vzniklé dvojhvězdy nemusejí mít stejný vývojový věk, což se normálně předpokládá. Pokud je nám známo, nebyla zatím dvojhvězda s průkazně různými vývojovými věky obou složek v literatuře dosud popsána. Je ovšem pravda, že při zachycení hvězd v rozsáhlé hvězdokupě či mlhovině mohou obě tělesa společný vývojový věk mít.

Podle Clarke(ové) (2007) se studium vzniku dvojhvězd v posledních letech zásadním způsobem změnilo a posunulo od pokusů modelovat jednu konkrétní hypotézu k modelování vzniku a dynamického vývoje celých hvězdokup. (Příklady takových simulací viz např. Bate a kol. 2002 či Delgado a kol. 2004). Rozhodování o tom, které mechanismy vzniku dvojhvězd působí či spolupůsobí bude tedy do budoucna otázkou porovnání statisticky kvalitního souboru pozorovaných dvojhvězd a vícenásobných soustav s předpovědí dobrých numerických modelů. Dosavadní úsilí v tomto směru naznačuje dvě významnější neshody mezi modely a pozorováním:

1. Numerické simulace produkují příliš mnoho osamocených hvězd o malé hmotnosti a
2. předpovídají příliš mnoho dvojhvězd s velmi malými poměry hmot.

8 Poděkování

Za kritické přečtení předchozích verzí tohoto textu, nalezení četných překlepů či za cenné připomínky děkujeme našim kolegům doc. RNDr. Petrovi Hadravovi, DrSc., Dr. Davidovi Holmgrenovi, Dr. Andreji Pršovi, Dr. Slavkovi Rucinskému a doc. RNDr. Markovi Wolfovi, CSc. a také studentům Astronomického ústavu UK slečně Marii Hrudkové, Mgr. Janu Libichovi a pánům Pavolovi Habudovi, Tomáši Proseckému, Stanislavu Poddanému a Lukášovi Shrbenému.

Monografie

- Aitken R.G. 1935 The binary stars, McGraw-Hill, New York
- Batten A.H. 1973 Binary and multiple systems of stars, Pergamon Press
- Hilditch 1999 Binary stars, Cambridge U.P.
- Warner B. 1995 Cataclysmic variable stars, Cambridge U.P.
- Hiltner W.A. (Editor) 1962 Astronomical techniques, Chicago

Reference

- Andersen J. 1991 *Astron. Astrophys. Rev.* 3, 91
- Andersen J., Nordstrom B., Mayor M., Polidan R.S. 1988 *Astron. Astrophys.* 207, 32
- Andersen J., Pavlovski K., Piirola V. 1989 *Astron. Astrophys.* 215, 272
- Bagnuolo W.G. Jr., Gies D.R. 1991 *Astrophys. J.* 376, 266
- Barr J.R. 1908 *Journal Royal Astron. Soc. Canada* 2, 70
- Bos W.H. van den 1962 in *Astronomical Techniques*, ed. W.A. Hiltner, Chicago, 537
- Božić H., Harmanec P., Horn J., Koubský P., Scholz G., McDavid D., Hubert A.-M., Hubert H. 1995 *Astron. Astrophys.* 304, 235
- Claret A. 2000 *Astron. Astrophys.* 363, 1081
- Claret A. 2007 *Astron. Astrophys.* 470, 1099
- Clarke C.J. 2007 *Binary Stars as Critical Tools and Tests*, IAU Symp. 240, Ed. by W.J. Hartkopf, E.F. Guinan a P. Harmanec, Cambridge Univ. Press, 337
- Code A.D., Davis J., Bless R.C., & Hanbury Brown R. 1976 *Astrophys. J.* 203, 417
- Da Costa G.S., Freeman K.C., Kalnajs A.J., Rodgers A.W., Stapinski T.E. 1977 *Astron. J.* 82, 810
- Davis J., Mendez A., Seneta E. B., Tango W. J., Booth A. J., O'Byrne J. W., Thorvaldson E. D., Aussele M., Aerts C., Uytterhoeven K. 2005 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 356, 1362
- Díaz-Cordovés J. 1990 PhD Thesis, University of Complutense, Madrid, Spain
- Doazan V., Harmanec P., Koubský P., Krpata J., Žďárský F. 1982 *Astron. Astrophys.* 115, 138
- Downes R.A. & Shara M.M. 1993 *Publ. Astron. Soc. Pacific* 105, 127
- Etzel P.B. 1981 in *Photometric and Spectroscopic Binary Systems*, Ed. by E.B. Carling and Z. Kopal
- Fekel F.C., Tomkin J. 1993 *Astron. J.* 106, 1156
- Fekel F.C., Scarfe C.D., Barlow D.J., Hartkopf W.I., Mason B.D., McAlister H.A. 2002 *Astron. J.* 123, 1723
- Gimenez A. & Garcia-Pelayo J.M. 1983 *Ap& SS* 92, 203
- Gorda S.Y. 2000 *Inf. Bull. Var. Stars* No. 4839
- Griffin R.F. 1967 *Astrophys. J.* 148, 465
- Griffin R.F. 2000 *Observatory* 120, 1
- Guinan E.F. & DeWarf L.E. 2002 in *Exotic Stars*, IAU Col. 187, Ed. by C. Tout & Van Hamme, ASP Conf. Ser 279, 121
- Hadrava P. 1990 *Contr. Astron. Obs. Skalnaté Pleso* 20, 23
- Hadrava P. 1995 *Astron. Astrophys. Suppl.* 114, 393
- Hadrava P. 1997 *Astron. Astrophys. Suppl.* 122, 581

- Hadrava P. 2004a Publ. astron. Inst. Acad. Sci. Czech Rep. No. 92, 1
- Hadrava P. 2004b Publ. astron. Inst. Acad. Sci. Czech Rep. No. 92, 15
- Harmanec P 1983 Hvar Obs. Bull. 7, 55
- Harmanec P. 1988 Bull. Astron. Inst. Czechosl. 39, 329
- Harmanec P. 1990 Astron. Astrophys. 237, 91
- Harmanec P. 1994 in NATO ARW: The Impact of Long-term Monitoring on Variable Star Research, Ed. by C. Sterken and M. de Groot, Kluwer, Dordrecht, 55
- Harmanec P. 2000 in Smith a kol. 2000, p. 13
- Harmanec P. 2003, pozvaný referát: Determination of basic physical properties of binary stars with hot components, ve sborníku Close Binaries, Royal Road to the Stars, ed. by O. Demircan a E. Budding, Canakkale, Turkey, July 2002
- Harmanec P., Koubský P., Krpata J., Žďárský F. 1976 Bull. Astron. Inst. Czechosl. 27, 47
- Harmanec P., Habuda P., Štefl S., Hadrava P., Korčáková D., Koubský P., Krtička J., Kubát J., Škoda P., Šlechta M., Wolf M., 2000 Astron. Astrophys. 364, L85
- Harmanec P., Božić H., Percy J.R., Yang S., Ruždjak D., Sudar D., M. Wolf, Iliev L., Huang L., Buil C., Eenens P. 2002 Astron. Astrophys. 387, 580
- Hartkopf W.I., Guinan E.F., Harmanec P. (Eds.) 2007 Proc. IAU Symp. 240 Binary stars as critical tools and test in contemporary astrophysics, Cambridge Univ. Press, S240
- Hill G., 1979, Publ. Dom. Astrophys. Obs. 15, 297
- Hill G., 1993, in New Frontiers in Binary Star Research, Ed. K.-C. Leung and I.S. Nha, Astron. Soc. Pacific Conf. Ser. 38, 127
- Hill G., Harmanec P., Pavlovski K., Božić H., Hadrava P., Koubský P., Žižňovský J. 1997 Astron. Astrophys. 324, 965
- Holmgren D.E., Hadrava P., Harmanec P., Eenens P., Corral L.J., Yang S., Ak H., Božić H., 1999, Astron. Astrophys. 345, 855
- Horák T. 1966 Bull. Astron. Inst. Czechosl. 17,27
- Horák T. 1970 AJ 75, 1116
- Hut 1981, Astron. Astrophys. 99, 126
- Iben I. & Livio M. 1993 Publ. Astron. Soc. Pacific 105, 1373
- Kallrath J., Linnel A.P. 1987 Astrophys. J. 313, 346
- Kratochvíl P. 1964 *Těsné dvojhvězdy*, diplomová práce, Astronomický ústav UK Praha
- Kreiner J.M., Kim C-H. & Nha I.-S. 2000 An Atlas of O-C Diagrams of Eclipsing Binary Stars, Krakow
- Kuhi L.V., Schweizer F. 1970 Astrophys. J. 160, L185
- Kuiper G.P., 1941, Astrophys. J. 93, 133
- Kwee K.K., van Woerden H. 1956 Bull. Astron. Inst. Netherlands 12, 327

Lacy C.H.S. 1992 *Astron. J.* 104, 2213
 Limber D.N. 1963 *Astrophys. J.* 138, 1112
 Linnell A.P., 1984, *Astrophys. J. Suppl.* 54, 17
 Linnell A.P., 1986, *Astrophys. J.* 300, 304
 Linnell A.P., 2000, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 319, 255
 Linnell A.P., 2002, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 334, 963
 Linnell A.P., Hubeny I., 1994, *Astrophys. J.* 434, 738
 Linnell A.P., Hubeny I., 1996, *Astrophys. J.* 471, 958
 Linnell A.P., Hubeny I., Lacy C.H.S. 1996 *Astrophys. J.* 459, 721
 Linnell A.P., Hubeny I., Harmanec P. 1998 *Astrophys. J.* 509, 379
 Littlefair S.P., Dhillon V.S., Marsh T.R., Gänsicke B.T., Southworth J., Watson C.A. 2006 *Science* 314, 1578
 Milne E.A. 1921 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 81, 361
 Mayer P., Lorenz R., Chochol D., Irmambetova T.R. 1994 *Astron. Astrophys.* 288, L13
 Mochnacki S.W., Doughty N.A. 1972 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 156, 51
 Morbey C.L. 1975 *Publ. Astron. Soc. Pacific* 87, 689
 Olczak C., Pfalzner S., Spurzem R. 2006 *Astrophys. J.* 642, 1140
 Peters G.J. 1972 *Publ. Astron. Soc. Pacific* 84, 334
 Petrova A.V. & Orlov V.V. 1999 *Astron. J.* 117, 587
 Plavec M. 1958 *Mém. Soc. R. Sci. Liège*, 14th ser., 20, 411
 Plavec M., Kratochvíl P. 1964 *Bull. Astron. Inst. Czechosl.* 15, 165
 Pourbaix D. 1998 *Astron. Astrophys. Suppl.* 131, 377
 Pringle J.E. 1981 *Ann. Rev. Astr. Astrophys.* 19, 137
 Ramsay G., Cropper M., Wu K., Mason K.O., Hakala P., 2000, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 311, 75
 Ritter H., Kolb U. 1998 *Astron. Astrophys. Suppl.* 129, 83 low-mass X-ray binaries and related objects
 Rucinski S. 1992 *Astron. J.* 104, 1968
 Rucinski S. 1998 *Turkish J. of Physics* 1, 1
 Simkin S.M. 1974 *Astron. Astrophys.* 31, 129
 Simon K.P., Sturm E. 1994 *Astron. Astrophys.* 281, 286
 Soberman G.E., Phinney E.S. & van den Heuvel E.P.J. 1997 *Astron. Astrophys.* 327, 620
 Söderhjelm S. 1975 *Astron. Astrophys.* 42, 229
 Sterne T.E. 1941 *Proc. National Acad. Sci.* 27, 168
 Struve O. 1944, *Astrophys. J.* 99, 89

- Taam R.E. & Sandquist E.L. 2000 *ARA& A* 38, 113
- Tassoul J.-L. & Tassoul M. 1992 *Astrophys. J.* 395, 259
- Thackeray A.D. 1971 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 154, 103
- Tohline J., Durisen R. 2001 *The Formation of Binary Stars*, IAU Symp. 200, Ed. by H. Zinnecker and R.D. Mathieu, 40
- Tonry J., Davis M. 1979 *Astron. J.* 84, 1511
- Van Hamme W. 1993 *Astron. J.* 106, 2096
- Van Hamme W., Wilson R.E. 2003 in *ASP Conf. Ser. 298 GAIA Spectroscopy, Science and Technology*, Ed. by U. Munari, 323
- Wade R.A., Rucinski S.M. 1985 *Astron. Astrophys. Suppl.* 60, 471
- Warner B. 1987 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 227, 23
- Wickramasinghe D.T. & Ferrario L. 2000 *Publ. Astron. Soc. Pacific* 112, 873
- Wilson R.E., 1974, *Astrophys. J.* 189, 319
- Wilson R.E., 1979, *Astrophys. J.* 234, 1054
- Wilson R.E., 1990, *Astrophys. J.* 356, 613
- Wilson R.E., 1993, in *ASP Conf. Ser. 38 New Frontiers in Binary Star Research*, Ed. by K.C. Leung and I.S. Nha, 91
- Wilson R.E., Devinney E.J., 1971, *Astrophys. J.* 166, 605
- Wilson R.E., Twigg L.W., 1980, *IAU Symp. 88 Close Binary Stars: Observations and Interpretation*, Ed. by D.M. Popper and R.K. Ulrich, Reidel, Dordrecht, 263
- Wood D.B., Forbes J.E. 1963 *Astron. J.* 68, 257
- Zahn J.P. 1977 *Astron. Astrophys.* 57, 383
- Zucker S., Mazeh T. 1994 *Astrophys. J.* 420, 806