

# KOSMICKÉ ROZHLEDY

NEPERIODICKÝ VĚSTNÍK ČESKOSLOVENSKÉ  
ASTRONOMICKÉ SPOLEČNOSTI PŘI ČSAV

PŘI

4



Anketa

S problémem získat souvislý a nerušený čas pro práci se potýká každý vědecký pracovník. Objektivně je však třeba uznat, že někteří astronomové nesou zvláště silné správně-administrativní břemeno. Jestliže přesto dokázali udržet krok s postupem svého vědního oboru, stojí jistě za zmínku, jak to dělají. Čtyřem snad nejzaměstnanějším astronomům ze svého okolí jsem během stelárního semináře v Cikháji (abych je totiž zbytečně nezdržoval) položil stejnou otázku:

Jak a kdy vlastně děláte vědu?

A zde jsou odpovědi:

doc.dr. Václav Bumba, DrSc., vědecký zástupce ředitele Astronomického ústavu ČSAV (Ondřejov): Čas pro vědu nacházím v době dovolených, kdy úroveň vnějšího rušení na observatoři výrazně poklesne. Proto jsem letos ještě neměl vlastní dovolenou. Jinak hlavně využívám i krátkých mezer v úřadování, ale někdy nezbývá než nastavit večer nebo víkend. Občas též dokážu zanevřít na chvíli na administrativu a vrátit se k ní, až když něco doopravdy hoří.

doc.dr. Miloslav Kopecký, DrSc., vedoucí slunečního oddělení Astronomického ústavu ČSAV (Ondřejov): Čas pro vědu jsem na poslední získal tak, že jsem poslal rodinu do pionýrského tábora (včetně manželky - pozn.J.G.). Jelikož v téže době mělo více zaměstnanců oddělení dovolenou, mohl jsem soustředěně pracovat. Jsou ovšem ojedinělá období, kdy kromě minima sluneční činnosti nastává i minimum byrokracie, a pak se mohu věnovat vědě.

Člen korespondent Luboš Perek, prozatímní vedoucí Astronomického ústavu ČSAV (Praha): Čas pro vědu nacházím díky rezervní kanceláři a pak o víkendech na chalupě. Když se uchýlím do rezervní kanceláře, vědí mi bezprostřední spolupracovníci, že mne nemají vyrušovat. Vůči cizím vetřelcům se chovám dostatečně nevlídně, aby pochopili, že mají okamžitě zmizet. Telefon je v rezervní kanceláři postaven na místě hodném opovržení. Jeho číslo znám sám a jsem odhodlán odstránit šňůru v okamžiku, kdy poprvé zazvoní. O víkendech si беру práci na chalupu, pokud je to technicky možné (dokumentace k mému současnému problému váží kolem metrů; elektronickou kalkulačku neberu nikdy, neboť na chalupě není proud).

prof. Vladimír Vanýsek, CSc., vedoucí katedry astronomie Astronomického ústavu University Karlovy (Praha): Vědu dělám tak, že při schůzích si sedám co nejdále do zadu. Jinak využívám víkendů a hlavně - nemám doma televizor.

Výběr účastníků ankety byl do jisté míry náhodný; odpovídi však jeví jistou zákonitost. Zdá se, že vedoucí pracovníci si musí udržet schopnost rychlé koncentrace, aby využili i krat-



ších časových úseků, musí umět svůj problém "nosit v hlavě" a zapomínat na konec úředních hodin. Idyla vědců ve věži ze slonoviny je nenávratně ta tam.

J. Grygar

M. Šidlichovský

## Stavová rovnice látky a konečná fáze vývoje kosmických objektů

### § 1 - Úvod

Hvězdy mohou končit svůj vývoj různým způsobem. Některé se po explozi rozptýlí do meziplanetárního prostoru, jiné končí svůj život jako bílí trpaslíci, neutronové hvězdy, nebo tzv. černé díry. To jsou teoretické výsledky obecné teorie relativity. V případě velkých tlaků, hustot a hmot totiž s Newtonovou fyzikou nevystačíme.

Donedávna byli skutečně pozorováni jen bílí trpaslíci a výsledky jejich pozorování dobře souhlasily s předpovědí teorie, zatímco neutronové hvězdy a černé díry nebyly pozorovány. V astronomii tak vznikla napjatá situace mezi teorií a pozorováním. Další rozvíření hladiny přinesl objev quasarů (1963) a snaha uvést je do souvislosti s teorií vývoje hvězd. Problém quasarů nebyl uspokojivě vyřešen dodnes. V roce 1967 přichází objev pulsarů, objektů, jejichž radiová emise se skládá z téměř přesné periodických pulsů. Mechanismus vzniku těchto pulsů není zcela jasný, ale zdá se více než pravděpodobné, že pulsary jsou dlouho hledané neutronové hvězdy. K otázce pulsarů se ještě krátce vrátíme. Na možnostech pozorování černých děr, nebo přesněji hvězd v gravitačním kolapsu, se usilovně pracuje.

Detailní výpočet vývoje struktury hvězd v konečných fázích je velice obtížné provést a zatím se to nepodařilo. Proto se obvykle volí jiná metoda. Předpokládáme, že látce hvězdy byla odnata veškerá možná energie, že je to látka s nulovou absolutní teplotou a je katalyzována ke konečnému bodu termonukleárního vývoje. Takové látce říkáme chladná katalyzovaná látka /1/. Řešením podmínky mechanické rovnováhy hvězdy z chladné katalyzované látky (tj. mrtvé hvězdy, hvězdy na konci svého vývoje), dostaneme strukturu hvězdy, což znamená průběh hustoty a tlaku ve hvězdě, závislost její hmoty na poloměru a podobně. K takto úplnému vyřešení struktury hvězdy však vždy potřebujeme znát další vztah mezi hustotou a tlakem. Tato další rovnice je charakteristikou látky a nazývá se stavovou rovnicí. Výhoda předpokladu, že hvězda je složena z chladné katalyzované látky, spočívá v tom, že nemusíme uvažovat různé stavové rovnice pro různé materiály, ale jednu universální stavovou rovnici pro chladnou katalyzovanou hmotu. Takovou rovnici sestavili Harrison, Wakano a Wheeler v r. 1958 (budeme o ní dále mluvit jako o HWW stavové rovnici). Od té doby se objevily další verze, které však dávají pro stelární strukturu kvalitativně stejný obraz.

Pro porozumění fyzikálnímu významu stavové rovnice si můžeme představit vzorek hmoty, kterou stlačujeme, takže jeho hustota stále roste. V každém okamžiku však musí být všechny termonukleární reakce katalyzovány až do konečného bodu a uvolněná



tepelná energie musí být vzorku odňata. Při malých tlacích dostáváme železo  $Fe^{56}$ . Zaznamenáváme-li tlak  $P$  jako funkci hustoty  $\rho$  při stále větší kompresi vzorku, dostáváme stavovou rovnici

$$P = P(\rho)$$

Takto jednoduché experimentální stanovení stavové rovnice však není prakticky proveditelné, alespoň zdaleka ne v tak širokém oboru hustot, které mohou připadat v úvahu v kosmických objektech.

## § 2 - Fermiony a Pauliho princip

Při odvozování tvaru stavové rovnice hraje nesmírně důležitou úlohu ta skutečnost, že částice jako protony, elektrony a neutrony patří do skupiny fermionů. Co to znamená, že částice je fermion? Podle výsledků kvantové mechaniky můžeme (na základě symetrie či antisymetrie příslušné vlnové funkce vzhledem k výměně částic) rozdělit všechny částice do dvou skupin.

Symetrické vlnové funkce popisují tzv. bosony. To jsou částice s celočíselným spinem. Patří sem fotony, mesony  $\pi$ , mesony  $K$  a patří sem i např. fonony - částice popisující kmity krystalové mříže nebo excitony popisující jistý typ excitací v polovodičích.

Antisymetrické vlnové funkce popisují fermiony. Fermiony jsou částice s poločíselným spinem. Patří sem protony, neutrony, elektrony, neutrina, mesony  $\mu$ , hyperony.

Jak je známo, systémy v kvantové fyzice nemohou obvykle nabývat libovolných hodnot energie, ale jen jistých diskretních energií. Stejně tak částice v omezeném objemu se může nacházet jen v jistých diskretních stavech. Právě ve způsobu, jak se částice rozmisťují v těchto diskretních stavech, spočívá podstatný rozdíl mezi fermiony a bosony. V systému bosonů se může v určitém kvantovém stavu nacházet libovolný počet částic. Pro fermiony však platí Pauliho princip, který říká, že v systému fermionů se může v daném kvantovém stavu nacházet nejvýše jedna částice.

O systému fermionů mluvíme někdy jako o Fermiho plynu. Ten se řídí tzv. Fermi-Diracovou statistikou /2/. Pro nás nejdůležitějším výsledkem této statistiky je to, že při dostatečně nízkých teplotách se fermiony rozmisťují v možných kvantových hladinách prakticky tak, že obsazují stavy s nejnižšími energiemi. Do jisté energie  $E_F$  (tzv. Fermiho energie) jsou tedy všechny stavy obsazeny jedním fermionem, zatímco vyšší energetické hladiny zůstávají neobsazeny. Při stlačování Fermiho plynu dodáváme do jistého objemu stále nové částice a musíme jim tedy dodávat stále větší energii, aby mohly obsadit první neobsazenou hladinu. Překonáváme tak degenerační tlak Fermiho plynu. V této oblasti nízkých teplot mluvíme o degenerovaném Fermiho plynu. Při zvyšující se hustotě roste tedy i Fermiho energie  $E_F$ , až při jistých hustotách je střední energie částice už podstatně větší, než  $mc^2$ , kde  $m$  je hmota uvažovaných fermionů a  $c$  je rychlost světla. V této oblasti hustot už začínají hrát roli relativistické efekty a proto mluvíme o ultrarelativistickém degenerovaném plynu. Nepříliš složité výpočty /2/ vedou k závěru, že tlak  $P$  Fermiho plynu je v nerelativistické oblasti úměrný  $\rho^{5/3}$ , zatímco v ultrarelativistické oblasti je tlak úměrný  $\rho^{4/3}$ .

Je nutno upozornit, že v uvedených výpočtech jde pouze

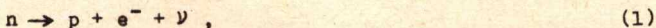


o tlak způsobený Pauliho principem, že se zatím neuvažuje interakce mezi částicemi.

### § 3 - Stavová rovnice chladné katalyzované látky

Protože železo má při malých tlacích nejtěsněji vázané jádro, dostaneme po proběhnutí všech možných termonukleárních reakcí z každé neutrální hmoty železo hustoty  $\rho = 7,86 \text{ g/cm}^3$ . Rozdělme obor hustot chladné katalyzované látky na intervaly.

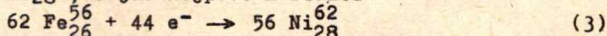
1. V oblasti  $7,8 \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 15 \text{ g/cm}^3$  známe stavovou rovnici železa z laboratorních měření.
2. V oblasti  $15 \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 10^4 \text{ g/cm}^3$  je možno k výpočtu stavové rovnice užít Fermi-Thomaseova statistického modelu atomu.
3. V oblasti  $10^4 \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 10^7 \text{ g/cm}^3$  dostáváme elektronový plyn z jader železa. Rozhodující roli hraje tlak elektronového plynu, jehož teorii vypracoval Chandrasekhar, který odvodil formuli platnou v relativistických i nerelativistických oblastech. Z této formule zjistíme, že při  $\rho \approx 10^5 \text{ g/cm}^3$  je tlak  $P$  úměrný  $\rho^{2/3}$ , což odpovídá tomu, že jde o nerelativistický degenerovaný elektronový (tedy Fermiho) plyn. Mezi  $\rho \approx 10^5 \text{ g/cm}^3$  a  $\rho \approx 10^7 \text{ g/cm}^3$  dochází k přechodu k relativistickému elektronovému plynu a exponent u  $\rho$  nabývá hodnoty  $4/3$ .
4. V oblasti  $10^7 \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 10^{11} \text{ g/cm}^3$  je Fermiho energie elektronů velmi vysoká a pro náš systém začíná být energeticky výhodné zbavovat se elektronů tzv. inverzním rozpadem  $\beta$ . Rozpad  $\beta$  je rozpad neutronu na proton a elektron za vzniku neutrina



zatímco inverzní rozpad  $\beta$  je zachycení elektronu protonem za vzniku neutronu a neutrina



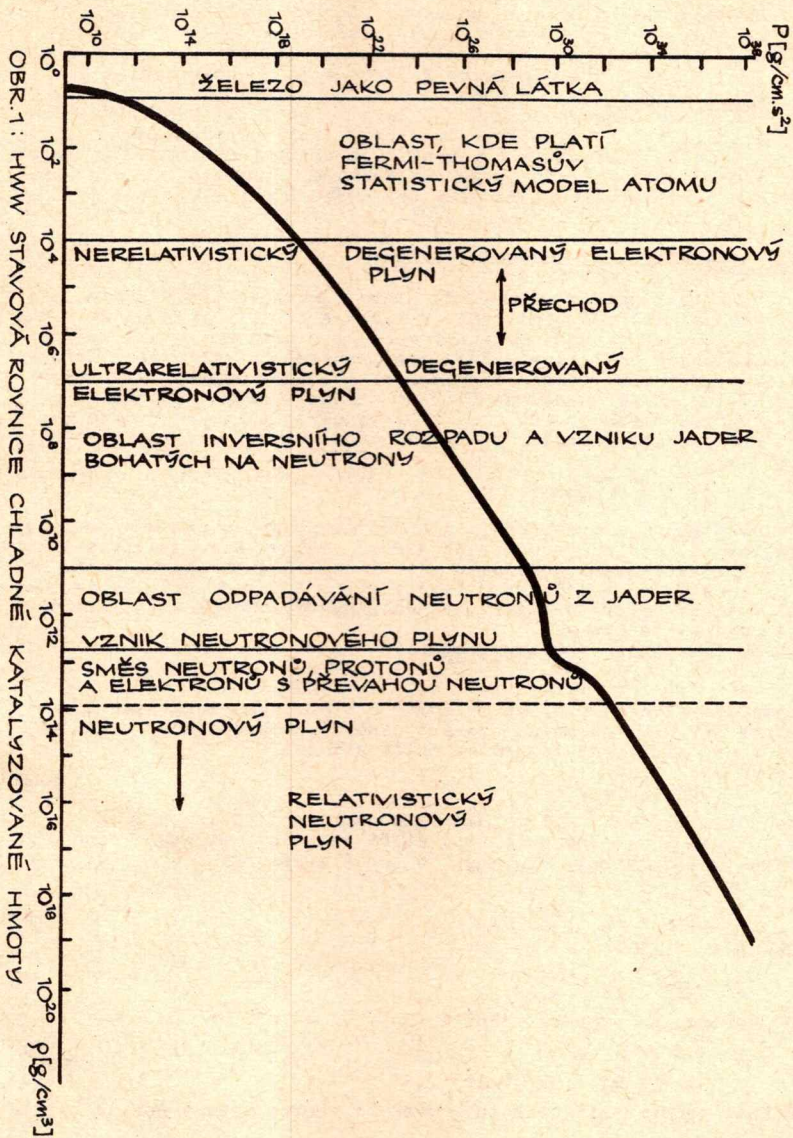
Reakce (2) nemůže probíhat mezi volným protonem a elektronem, protože součet klidových energií protonu a elektronu je menší než klidová energie neutronu. V naší soustavě však velikost Fermiho energie  $E_F$  způsobuje, že některé elektrony mají tak velkou energii, že reakce (2) může proběhnout a energie, kterou měly elektrony navíc, může být systémem odebrána. Tím přejde celý systém na nižší energetickou hladinu, tak jak požadujeme definici chladné katalyzované látky. Protože elektrony reagují s protony v jádrech železa, dochází k jaderným reakcím, ve kterých vznikají nové prvky. Když klidová hmota 62 jader  $Fe_{26}^{56}$  plus klidová hmota 44 elektronů plus kinetická energie 44 elektronů u Fermiho hladiny dosáhne klidové hmoty 56 jader  $Ni_{28}^{56}$ , dojde nejprve k reakci



Při dalším stlačování vede vzrůstající Fermiho energie k novým reakcím. Nové a nové elektrony jsou vtlačovány do jader. Tak vznikají nová jádra stále bohatší na neutrony.

5. V oblasti  $10^{11} \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 4,5 \cdot 10^{12} \text{ g/cm}^3$  jsou jádra už tak bohatá na neutrony (např.  $Y_{36}^{96}$ ), že se neutrony od nich začínají oddělovat. Hmota se stává snadno stlačitelnou, neboť zbylé elektrony jsou rychle pohlcovány v jádrech. Vedle degenerovaného relativistického elektronového plynu a těžkých jader vzniká neutronový plyn. Jeho příspěvek k tlaku je na začátku oblasti malý a roste s rostoucí hustotou tak, že na konci







oblasti je tlak neutronového plynu větší než tlak plynu elektronového.

6. V oblasti  $4,5 \cdot 10^{12} \text{ g/cm}^3 \leq \rho \leq 1020 \text{ g/cm}^3$  se při odvození HWW stavové rovnice zanedbávají všechny nukleon-nukleonové interakce a hmota je tak idealizována jako neinteragující směs neutronů, protonů a elektronů s převahou neutronů. Proto je opět  $P \sim \rho^{5/3}$  s přechodem k  $P \sim \rho^{4/3}$  po dosažení relativistických energií.

HWW stavová rovnice ignoruje další efekt, který může vyvolat vzrůstající Fermiho energie, totiž vznik nových elementárních částic  $^1/3$ , mesonů a hyperonů. Tím se uvolňuje místo ve fázovém prostoru a snižují se tak Fermiho energie a tlak.

HWW stavová rovnice je graficky znázorněna na obr. 1. Její analytický tvar je možno najít v /1/.

#### § 4 - Nerelativistický model hvězdy

V § 1 jsme si řekli, že stavová rovnice spolu s rovnicí rovnováhy umožňuje určit průběh tlaku a hustoty ve hvězdě. Podíváme se, jak vypadá rovnice rovnováhy v Newtonově fyzice. Pro jednoduchost si budeme hvězdu představovat jako statické, sféricky symetrické těleso z dokonalé tekutiny. Její poloměr nechť je  $R$ . Hustotu ve vzdálenosti  $r$  od středu hvězdy označíme  $\rho(r)$ , tlak  $P(r)$ . Hmotu obsaženou uvnitř slupky o poloměru  $r$  označíme  $m(r)$ . Celková hmota hvězdy je potom  $M = m(R)$ . Rovnice rovnováhy je

$$-\frac{dP}{dr} = G \cdot \frac{\rho(r) \cdot m(r)}{r^2} \quad (4)$$

Pravá strana je gravitační síla na jednotkový objem hmoty, nalézající se ve vzdálenosti  $r$  od středu hvězdy.  $G$  je gravitační konstanta. Tato gravitační síla působí do středu hvězdy a snaží se tak zmenšit její poloměr, stlačit ji. Stlačování vede ke vzniku tlakové síly, která brání zhroucení hvězdy. Rovnice (4) vyjadřuje rovnost těchto sil.

Připojíme-li HWW stavovou rovnici

$$P = P(\rho) \quad (5)$$

máme dvě rovnice pro dvě veličiny  $P$  a  $\rho$ . Numerické řešení soustavy (4), (5) je možno provést názorně po krocích /4/. Rozdělíme souřadnici  $r$  na intervaly velikosti  $\Delta r$ .

Tedy

$$r_n = n \cdot \Delta r \quad (6)$$

Hodnoty veličin v  $n$ -tém intervalu označíme indexem  $n$ :

$r_n, P_n, \rho_n, m_n$ . Známe-li tyto čtyři veličiny, můžeme snadno spočítat veličiny  $r_{n+1}, P_{n+1}, \rho_{n+1}, m_{n+1}$  podle vzorců:

$$r_{n+1} = r_n + \Delta r \quad (7)$$

$$P_{n+1} = P_n + \left(\frac{dP}{dr}\right)_n \Delta r \quad (8)$$

kde podle (4)

$$\left(\frac{dP}{dr}\right)_n = -G \frac{\rho_n m_n}{r_n^2}$$

$\rho_{n+1}$  určíme ze stavové rovnice (5)

$$\rho_{n+1} = \rho(P_{n+1}) \quad (9)$$

$$m_{n+1} = m_n + 4\pi r_n^2 \rho_n \Delta r \quad (10)$$

Můžeme tedy zvolit hodnotu hustoty v centru hvězdy rovnou nějaké



veličině  $\rho_0$ , ze stavové rovnice známe i tlak v centru. Veličiny  $r_0$  a  $m_0$  jsou pochopitelně rovny 0.

Ze vzorců (7) až (10) můžeme spočítat  $r_1$ ,  $P_1$ ,  $\rho_1$ ,  $m_1$ . Tak můžeme postupovat až do okamžiku, kdy tlak klesne na 0. Tím je současně určen poloměr hvězdy a její celková hmotnost. Zvolíme-li jinou centrální hustotu, dostaneme jiný průběh veličin  $P$  a  $\rho$ , ale dostaneme i jiný poloměr a jinou hmotu hvězdy. Získáváme tak jednorparametrický systém modelů s centrální hustotou  $\rho_0$  jako parametrem. Stačí tedy dát do počítače hodnoty HWW stavové rovnice, na základě rovnic (7) až (10) sestavit vhodný program a počítač vyřeší strukturu hvězdy pro každé  $\rho_0$ .

Je však třeba uvážit, že pro velké centrální hustoty přestává tento model platit. Velké hmoty totiž podle obecné teorie relativity zakřivují prostor, takže se dá očekávat, že v obecnější relativistické analogii vzorce (4) se objeví geometrický člen. Protože relativistický vzorec musí být důsledkem Einsteinových gravitačních rovnic, ve kterých stojí jako zdroj gravitačního pole tenzor energie hybnosti ideální tekutiny a protože tento tenzor závisí nejen na hustotě, ale i na tlaku, dá se očekávat, že i gravitační síla na pravé straně rovnice (4) bude záviset na tlaku.

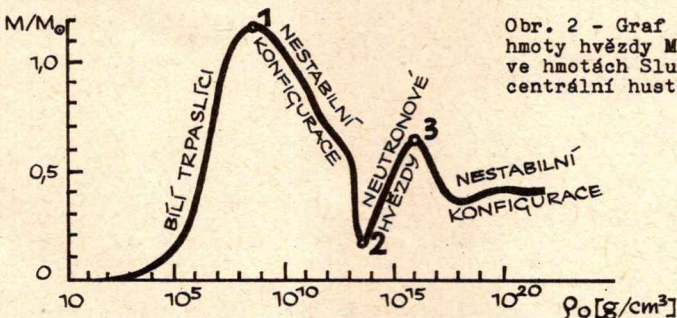
### § 5 - Relativistický model hvězdy

V roce 1939 odvodili Oppenheimer a Volkoff /5/ na základě Einsteinových gravitačních rovnic relativistickou obdobu rovnice (4):

$$-\frac{dP}{dr} = G \frac{(\rho + \frac{P}{c^2})(m + 4\pi r^3 \frac{P}{c^2})}{r^2 (1 - \frac{2Gm}{c^2 r})} \quad (11)$$

Vidíme, že geometrický člen  $1 - \frac{2Gm}{c^2 r}$  vede stejně jako výskyt tlaku na pravé straně rovnice (11) k relativistickému zvětšení gravitačních sil. Tato skutečnost je podstatná, protože pro některé hvězdy, které by byly ve stabilní hydrostatické rovnováze podle Newtonovy teorie, vede k nevyhnutelnému gravitačnímu kolapsu.

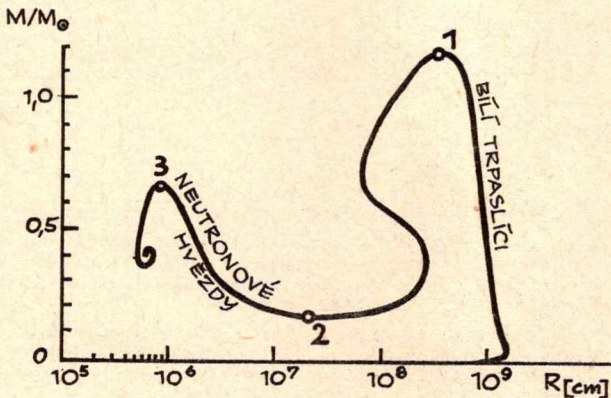
Vezmeme nyní HWW stavovou rovnici a rovnici (11) a provedeme stejnou proceduru, kterou jsme popsali v § 4. Pro zvolenou hodnotu centrální hustoty  $\rho_0$  dostaneme vždy určitou hmotu  $M(\rho_0)$  hvězdy a určitý poloměr  $R(\rho_0)$ , které odpovídají rovnovážné konfiguraci.





Ukazuje se však, že ne všechny rovnovážné konfigurace na obr. 2 jsou stabilní. Systém se nachází ve stabilní rovnováze, jestliže při malém vychýlení má tendenci se vracet do původní konfigurace (např. kulička na dně důlku na zemském povrchu). Jestliže se systém po vychýlení vzdaluje od původní rovnovážné konfigurace, je tato konfigurace nestabilní (kulička přesně na vrcholu hrbolu na zemském povrchu). Neočekáváme, že se v přírodě budou takové konfigurace vyskytovat. Stabilní konfigurace jsou jen ve dvou intervalech centrálních hustot. Pro  $\rho_0 < 10^{8,38} \text{ g/cm}^3$  dostáváme bílé trpaslíky a pro  $10^{13,43} \text{ g/cm}^3 < \rho_0 < 10^{15,78} \text{ g/cm}^3$  neutronové hvězdy. Všechny ostatní konfigurace jsou nestabilní. Nestabilita mezi bílými trpaslíky a neutronovými hvězdami je způsobena jednak relativistickým zesílením gravitačních sil a jednak vysokou kompresibilitou materiálu, způsobenou zachycováním elektronů v jádrech.

V oblasti neutronových hvězd mezi body 2 a 3 souhlasí křivka na obr. 2 velmi dobře s výsledky práce /5/, kde Oppenheimer a Volkoff na základě modelu ideálního neutronového plynu určili poprvé polohu kritického bodu 3. Pro přehled o poloměrech bílých trpaslíků a neutronových hvězd uvedeme další graf.



Obr. 3. Závislost mezi hmotou a poloměrem relativistického modelu hvězdy. Bod 1 je opět kritický bod, ve kterém se mění stabilita bílých trpaslíků, zatímco bod 3 je kritický bod pro neutronové hvězdy.

#### § 6 - Bílé trpaslíci, neutronové hvězdy a černé díry

Řekli jsme si, že centrální hustota bílých trpaslíků je  $\rho_0 < 10^{8,38} \text{ g/cm}^3$  a z obr. 2 je vidět, že jejich hmota  $M < 1,2 M_\odot$ , zatímco z obrázku 3 vidíme, že jejich poloměry se nacházejí zhruba mezi 3000 - 20 000 km. Z toho, co bylo řečeno o stavové rovnici, víme, že v jádru takové hvězdy je tlak vytvářen degenerovaným elektronovým plynem.

Již v roce 1914 zjistil Adams, že Sirius B má spektrum třídy A. Tím je dán i odhad teploty a ze zdánlivé velikosti a pa-



ralaxy bylo možno spočítat poloměr. Z pohybu soustavy byla vypočtena hmota a tedy i střední hustota. Ta vyšla v té době neuvěřitelně veliká  $5 \cdot 10^4 \text{ g/cm}^3$ . To je dobrý souhlas s uvedeným modelem. Od té doby bylo pozorováno mnoho bílých trpaslíků a jejich teorie se zdá být potvrzena.

Je tu ještě jeden zdánlivý rozpor. Teploty uvnitř bílých trpaslíků dosahují hodnot asi  $10^8 \text{ K}$ , zatímco v teorii jsme předpokládali chladnou katalyzovanou látku s nulovou teplotou. Řešení spočívá v tom, že degenerovaný Fermiho plyn se chová stejně jako při absolutní nule i při teplotách nenulových, ale dostatečně menších než je tzv. teplota degenerace  $T_{\text{deg}}$ . Přitom

$$k \cdot T_{\text{deg}} = E_F \quad (12)$$

kde  $k$  je Boltzmannova konstanta. Protože při hustotách bílých trpaslíků je  $T_{\text{deg}} \sim 10^{11} \text{ K}$ , je podmínka degenerace splněna a model je skutečně použitelný.

Pro neutronové hvězdy jsme dostali  $10^{13,43} \text{ g/cm}^3 < \rho < 10^{15,78} \text{ g/cm}^3$ , čemuž odpovídá podle obr. 2 hmota  $0,2 M_{\odot} < M < 0,7 M_{\odot}$ , a podle obr. 3 poloměry  $6 \text{ km} < R < 100 \text{ km}$ .

Zatímco vlastnosti bílých trpaslíků jsou nezávislé na tom, jakou z "rozumných" stavových rovnic užijeme, u neutronových hvězd už je situace jiná. Kvalitativně dostáváme vždy určitý interval hmot, pro který má hvězda skončit jako neutronová. Hranice tohoto intervalu však závisejí na určité stavové rovnici. Cameron, Cohen, Langer a Rosen sestavili stavovou rovnici s uvážením jistého typu interakce mezi nukleony. Jejich výsledek pro hmotu neutronové hvězdy je  $0,065 M_{\odot} < M < 2,4 M_{\odot}$ . Tato stavová rovnice však vede k potížím s principem kauzality, neboť rychlost zvuku v jejích částech by musela být větší než rychlost světla. Ambarcumjan a Saakjan, kteří ve své stavové rovnici /3/ uvážili možnost vzniku dalších elementárních částic při vysokých hustotách, dostali podmínku  $0,136 M_{\odot} < M < 0,634 M_{\odot}$ . Existuje mnoho dalších verzí, ale zdá se /6/, že správná spodní hranice  $M_{\text{min}}$  leží v oblasti:  $0,05 M_{\odot} < M_{\text{min}} < 0,2 M_{\odot}$ , zatímco horní hranice  $M_{\text{max}}$ :  $0,5 M_{\odot} < M_{\text{max}} < 2,0 M_{\odot}$ .

V úvodu jsme řekli, že pulsary jsou pravděpodobně neutronové hvězdy. Přírozená snaha vysvětlit periodické pulsy rotací nebo vibrací (základní perioda je v obou případech řádově určena výrazem  $(G\rho)^{-1/2}$ ) vedla k závěru o středních hustotách okolo  $10^{10} \text{ g/cm}^3$ . V roce 1968 byl nalezen pulsar, související s radiovým zdrojem, o němž se soudí, že je pozůstatkem po výbuchu supernovy. Téměř současně byl objeven pulsar v troskách jiné supernovy v Krabí mlhovině. To se vysvětluje tak, že hvězda s hmotou větší než je  $1,2 M_{\odot}$  po spotřebování termonukleárního paliva prochází kolapsem; uvolněná potenciální energie vede k výbuchu v centru, který odnese obal hvězdy. Zkolabované jádro se stane rychle pulsující a rotující koulí - pulsarem - neutronovou hvězdou. Výbuch pozorujeme jako výbuch supernovy.

Jestliže gravitační síly ve hvězdě jsou tak velké, že hvězda projde při kolapsu poloměrem bílých trpaslíků i neutronových hvězd, potom dojde ke gravitačnímu zhroucení hvězdy v černou díru. Pozorovatel na hvězdě bude padat prakticky volným pádem, protože gravitační síly podstatně převyšují síly tlakové. V okamžiku, kdy pozorovatel prolétá tzv. Schwarzschildovým poloměrem  $r_g$  ( $r_g$  je určeno hmotou hvězdy vztahem  $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ ), je gravitační síla dokonce nekonečně velká. Naproti tomu vnější pozorovatel nikdy neuvidí po-



vrch hvězdy projít Schwarzschildovým poloměrem, ale pozoruje asymptotické přibližování povrchu hvězdy k  $r_g$  exponenciálně s časem /7/. Je-li poloměr kolabující hvězdy (pozorovaný vnějším pozorovatelem) v čase  $t_0$  roven  $r_0$ , potom její pozorovaný poloměr  $r$  v čase  $t$  je určen vztahem

$$r = r_g + (r_0 - r_g) \cdot e^{-\frac{c(t-t_0)}{2r_g}}. \quad (13)$$

Stejně tak svítivost hvězdy klesá exponenciálně s časem a záření se posouvá vlivem gravitačního pole ke stále větším vlnovým délkám.

Jakmile povrch hvězdy proletí Schwarzschildovým poloměrem, žádná částice ani foton, tedy ani paprsek světla nemůže hvězdu opustit a dát tak komukoli vně hvězdy informaci o tom, že hvězda tímto poloměrem prošla.

Rotace hvězdy nemění kvalitativně tento obraz, i když se objevují další efekty.

Pozorování kolabující hvězdy pomocí radioteleskopů je díky rychle slábnoucí svítivosti prakticky nemožné. Je tu však silné gravitační pole, které může v okolí černé díry způsobovat pozorovatelné efekty. Slibnou cestou k odhalení faktické existence černých děr je hledání dvojhvězd s jednou normální a druhou zkolabovanou složkou.

## § 7 - Závěr

Poznali jsme, jak se konstruují stelární modely a jakým způsobem dochází dnes fyzika ke známému závěru o možných variantách konce hvězd. Viděli jsme, jak velkou úlohu hraje poznání elementární struktury hmoty pro studium konečné fáze vývoje kosmických objektů.

V relativistické astrofyzice je více než jinde vidět krása moderní fyziky, neboť se zde střetávají takřka všechny fyzikální obory, aby daly obraz o vesmíru a jeho minulosti a budoucnosti. Tento obraz se mění v posledním desetiletí přímo bouřlivě. K těmto změnám by existence černých děr přispěla podstatnou měrou, a to nejen v lokálním, ale i globálním smyslu. Černé díry by svou hmotou mohly značně ovlivnit i předpokládanou hustotu hmoty (energie) v prostoru. Tato veličina hraje podstatnou roli v kosmologických modelech vesmíru. Její odhady byly na základě pozorování změněny objevem kosmického záření černého tělesa o teplotě 3 K (1965). To je jeden z důvodů, proč je tento objev považován za tak důležitý.

Zajímavá až fantastická je možnost, na kterou upozornil Gerlach. Ze totiž pozorováním poloměrů a hmot velkého množství neutronových hvězd je možno (za předpokladu platnosti obecné teorie relativity) učinit jisté závěry o stavové rovnici hmoty při jaderných hustotách.

### Literatura:

- /1/ B.K.Harrison, K.S.Thorne, M.Wakano, J.A.Wheeler, Gravitation Theory and Gravitational Collapse (The University of Chicago Press, 1965)
- /2/ D.D.Landau, E.M.Lifšic, Statističeskaja fizika (Nauka 1964)
- /3/ V.A.Ambarcumjan, G.S.Saakjan, 1960, Soviet Astr., 4, 187
- /4/ Relativity Groups and Topology, Les Houches 1963 (Gordon and Breach)
- /5/ J.R.Oppenheimer, G.Volkoff, Phys. Rev., 55, 374 (1939)



/6/ Ch.W.Misner, K.S.Thorne, J.A.Wheeler, Gravitation  
(University of Maryland, 1970)

/7/ J.B.Zeldovič, I.D.Novikov, Relativistskaja astrofizika  
(Moskva 1967)

Tyto vlastní jedinečné pozorování, která jsou materiálem k výstavbě této budovy, má k tomu i pracovníky a vše, co si jen může přát. Jediné, co mu chybí, je architekt, který by toto vše užil podle svého plánu.

J.Kepler, Rozvaha o pobytu v Čechách,  
jaro 1600

### Vesmírné objekty s vysokou hustotou

První objekty o vysoké hustotě, které astronomové poznali, jsou bílí trpaslíci. V HR diagramu leží v dolní části pásu, který se táhne zleva doprava dolů a představuje posloupnost bílých trpaslíků. V tomto pásu se během svého vývoje tyto hvězdy posouvají, když pozbyly zdroje jaderné energie a ochlazují se. Pás pokračuje zřejmě dále doleva a zahrnuje objekty s maximem záření v oboru UV nebo rentgenova záření. Tyto hvězdy jsou patrně zdroji X záření, které začíná studovat kosmická astronomie.

Jak se hvězdy dostávají na posloupnost bílých trpaslíků? Nezdá se, že by existovala plynulá vývojová řada mezi oblastí obrů a bílých trpaslíků v HR diagramu. To souhlasí i s teoretickými úvahami, podle nichž takový plynulý vývoj neprobíhá. Pokud obklopíme bílého trpaslíka třeba jen malým množstvím hmoty, bude mít hvězda vzhled obra a bude daleko napravo v HR diagramu. Hvězdný obr není vlastně nic jiného - je to bílý trpaslík, obklopený obálkou, v níž hoří jaderné palivo. Pokud jaderné palivo v obálce vyhoří a ta poklesne k vnitřnímu bílému trpaslíku, hvězda rychle přejde daleko do levé části HR diagramu, k počátku posloupnosti bílých trpaslíků. Sotva tedy můžeme pozorovat větší množství hvězd právě ve stadiu tohoto přechodu. Šklovskij koncem padesátých let vyslovil předpoklad, že hvězda odhazuje zbytek svého obalu. K odvržení dostačí malá rychlost, protože na povrchu obra je malé gravitační zrychlení. Odhozená obálka se bude rozšiřovat poměrně pomalu a vytvoří planetární mlhovinu.

Pokud přechod od pravého okraje HR diagramu k levému probíhá skokem, musíme předpokládat, že povrch bílého trpaslíka uvnitř obra se náhle obnaží. Takový objekt musí mít teplotu kolem  $10^7$  K a je zdrojem rentgenova záření. Zdroje X záření v levém horním rohu HR diagramu lze tedy vyložit jako součást vývojové linie.

Bílí trpaslíci mají centrální hustoty od  $10^9$  do  $10^{10}$  g/cm<sup>3</sup>. Větší hustoty mají hmotnější hvězdy. Tlak uvnitř hvězdy je tlakem degenerovaného elektronového plynu. V důsledku relativistických efektů existuje mezní hmota, jejíž tíže může tento tlak vzdorovat. Je to 1,3 až 1,4 hmoty Slunce a závisí na chemickém složení.

Co se stane s hvězdou, jejíž hmotnost je větší? Takové hvězdy nemusí být degenerované, pokud podstatná část jejich hmoty by měla hustoty řádově takové, jaká je hustota bílých trpaslíků. Tlak potřebný k tomu, aby hmota nebyla degenerována, musí vznikat následkem vysoké teploty. Teploty přitom musí dosahovat



řádu  $10^9$  K i více, a při takových teplotách probíhají složité jaderné reakce, studované v posledním desetiletí a vedoucí k syntéze všech prvků od uhlíku výše. Otázkou zůstává, zda při tak vysokých teplotách mohou probíhat explozivní reakce s odhozením takového množství hmoty, aby zbytek hvězdy měl hmotnost dostatečně malou pro vznik bílého trpaslíka.

Pokus odpovědět na tento problém nás přivede k zajímavé-  
mu zjištění: explozivní reakce - reakce hoření uhlíku a kyslí-  
ku - uvolňují o jeden řád méně energie, než plynulá přeměna vo-  
diku na helium. Uvolněná energie pak sotva dostačuje k tomu, aby  
hvězdu podstatně změnila, neboť hustota vnitřních částí hvězdy  
přesahuje  $10^5$  g/cm<sup>3</sup>, hvězda je pak kompaktní a její gravitační  
vazbová energie je velká. Explozivní reakce probíhají právě v těch  
stadiích vývoje, kdy se hvězda stává stabilní. Kdyby proběhly  
dříve, hvězda by se rozptýlila do prostoru, později je hvězda  
vůči nim odolná.

Při úvahách o těchto problémech je užitečné použít gravi-  
tační parametr  $GM/c^2R$ , kde G je gravitační konstanta, M hmotnost  
objektu, c rychlost světla a R poloměr, uvnitř něhož je soustře-  
děna většina hmoty objektu. Tento parametr je bezrozměrný a pro  
Slunce a ostatní hvězdy hlavní posloupnosti má hodnotu  $10^{-6}$ , pro  
průměrného bílého trpaslíka  $10^{-4}$  a pro hvězdy, u nichž zkoumáme  
možnost jaderné exploze - kolem  $10^{-3}$ . Hvězdný vývoj je charakte-  
risován stálou tendencí k růstu tohoto parametru v centrálních  
oblastech hvězdy. Jakých číselných hodnot může tento parametr  
dosahovat? Pokud se týká bílých trpaslíků i ostatních hvězd, jde  
o objekty, jejichž podstatu dosti dobře chápeme, ale naše hlavní  
pozornost se bude soustřeďovat na objekty jiného druhu, známé  
podstatně hůře - na quasary a centrální oblasti galaxií.

Vraťme se na chvíli zpět a všimněme si ještě jiných objek-  
tů: supernov. Můžeme očekávat, že zhruba jedna hvězda ročně do-  
sáhne v Galaxii tohoto kritického stadia vývoje, ale pozorovaná  
frekvence výbuchů je zhruba o dva řády menší. Tato skutečnost  
nám může pomoci vyřešit potíže teorie, že jaderné reakce dosta-  
čují k explozi hvězdy. Stačí předpokládat, že taková exploze na-  
stane pouze při některých doplňkových podmínkách. Rozbití hvěz-  
dy explozí by mohla například dopomoci dostatečně rychlá rotace  
a je zcela možné, že právě to je jedna z podmínek nutných pro  
explozi supernovy. Taková exploze by se pak vyznačovala osovou  
symetrií a nikoli sférickou.

Co se stane s hvězdami, jejichž hmoty jsou příliš velké  
na bílého trpaslíka, když jaderné reakce nejsou schopny podstat-  
ně zmenšit jejich hmotnost? Při dalším vývoji hustota a gravi-  
tační parametru rostou. Elektrony a protony růstem hustoty se stá-  
le více mění v neutrony. Jakmile hustota přesáhne hodnotu  
 $10^{14}$  g/cm<sup>3</sup>, řídí se neutrony Fermiho statistikou a vyvozují tlak  
analogický tlaku degenerovaného elektronového plynu v bílých  
trpaslících. Mohou zřejmě existovat stabilní konfigurace, udržo-  
vané tlakem degenerovaných neutronů. U této konfigurace existuje  
opět určitá maximální hmotnost, která je podle všeho menší, než  
mohou dosáhnout bílí trpaslíci. Řešení této otázky bude vyžado-  
vat laboratorní výzkum vzájemného působení blízkých neutronů.

Hmotnost neutronové hvězdy nemůže v žádném případě pře-  
sáhnout 2 - 3 hmoty Slunce. Pokud by byla hvězda hmotnější, chy-  
bí jí dostatečné množství energie, a podle současné teorie se  
bude smršťovat tak dlouho, až se její gravitační parametru bude



rovnat jedné a hvězda se zhroutí za hranice svého schwarzschildovského poloměru. K vnějšímu pozorovateli stále docházejí její signály, ale jejich vlnová délka se rychle prodlužuje a objekt se stává prakticky nepozorovatelným.

Většina teorií pulsarů zkoumá bílé trpaslíky nebo neutrovnové hvězdy. De Jager ve své práci ukázal, že pulsar CP 0328 leží za hranicemi spirální větve Persea, která probíhá ve vzdálenosti 4 kpc od Slunce, a můžeme předpokládat, že některé pulsary jsou dál než několik set parsek. Pulsar PSR 1749-28 má galaktické souřadnice  $l = 1,6^\circ$ ;  $b = 1,0^\circ$ , to znamená, že se promítá na střed Galaxie a není vyloučeno, že je v jejím středu nebo v jeho blízkosti.

Z toho plyne, že pro pulsary může být vzdálenost 10 kpc zcela typická. Protože běžná perioda pulsarů (kolem 1 s) znamená, že jejich charakteristický rozměr je menší než  $3 \cdot 10^{10}$  cm, povrchová zářivost pulsarů v radiovém oboru je srovnatelná s quasarů nebo radiovými galaxiemi. Často se mylně soudí, že v Galaxii jsou slabě rozvinuté procesy, při kterých se uvolňuje radiové záření. V naší Galaxii jsou intenzivní zdroje radiové emise, jsou však málo početné a málo rozměrné. Fyzikální podmínky v nich jsou však zřejmě stejně neobvyklé jako ve velkých zdrojích. Ty mají ovšem tu zvláštnost, že gravitační parametr se zde blíží jedné.

Přejdeme nyní k objektům, které jsou součástí silných zdrojů radiového záření, quasarů a jader radiových galaxií. Interferometrická měření ukázala, že hlavní část záření vlnových délek 6 - 20 cm přichází z oblasti o rozměru pouze třetiny světelného roku - řádově  $10^{12}$  km. To je dokázáno pro zdroje 3C 84 a 3C 120. U quasarů je situace složitější, protože neznáme jejich vzdálenost a úhlový průměr nemůžeme převést na lineární.

Víme, že zdroje radiového záření vynikají hmotností. To vyplývá z obrovského množství uvolňované energie. Odhady poslední doby se pohybují kolem  $10^{62}$  -  $10^{63}$  erg. Jsou založeny na hodnotách zářivého toku v infračerveném oboru, které můžeme určit u galaxií podobných 3C 120. Tyto hodnoty přesahují  $10^{46}$  erg/s. Časový interval, během něhož se uvolňuje energie, nejspíše převyšuje  $10^8$  roků, jinak bychom tyto objekty pozorovali v menším počtu, než je skutečně pozorujeme. Odtud jsou ostatně také odvozeny odhady uvolňované energie. Otázka quasarů je složitější, protože neznáme s jistotou vzdálenosti ani dobu existence.

Pokud by zdrojem energie těchto objektů byla jaderná energie, pak by k produkci energie  $10^{62}$  -  $10^{63}$  erg přeměnou vodíku na helium bylo potřeba asi  $10^{10}$  -  $10^{11}$  slunečních hmot. To je příliš mnoho pro jádra seyfertovských galaxií, jejichž část stejně intenzivně září v rentgenových paprscích. Reakce uhlíku a vodíku by vyžadovaly ještě větší hmotu. A to jsme ještě neuvažovali o efektivnosti přeměny jaderné energie na energii kosmického záření, která jaderné reakce jako zdroj energie činí ještě méně pravděpodobnými.

Nejpřijatelnější je tento model quasarů a zdrojů radiového záření: hmota kolem  $10^9$  -  $10^{11}$  slunečních hmot, rozmístěná uvnitř koule o poloměru  $3 \cdot 10^{17}$  cm. Zdrojem energie je gravitace. V současné době nemůžeme vyloučit, že radiový zdroj sestává z většího počtu objektů. Protože však vysokofrekvenční radiové záření přichází z jediné oblasti, je model s větším počtem složek málo pravděpodobný.